

Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

6 - Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Notion de pouvoir. Force de réaction normale. Coordonnée verticale. Coordonnée radiale horizontale. Angles faibles. Axe vertical. Ligne de coordonnées radiales. Long de ce droit. Contraintes mathématiques. Termes scalaires. Point donné. Première approximation. Propre poids. Coordonnées de la vitesse. Équation de contraintes.



[vers la recherche de séquences vidéo](#)

(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)



[vers la vidéo](#)

Center for Digital Education. Plus de matériel de soutien pédagogique ici :

<https://www.epfl.ch/education/educational-initiatives/cede/educational-technologies-gallery/boocs-en/>

Chapitre 6

Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

EPFL

Dr. Sylvain Bréchet

6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

1 / 36

...

notes

résumé

6.1 Contraintes géométriques

- 6.1.1 Force de contrainte
- 6.1.2 Bille dans un anneau

6.2 Pendule mathématique

- 6.2.1 Loi et équation du mouvement
- 6.2.2 Petites oscillations autour de l'équilibre
- 6.2.3 Période d'oscillation générale

6.3 Travail, énergie cinétique et puissance

- 6.3.1 Intégrale du mouvement
- 6.3.2 Travail
- 6.3.3 Énergie cinétique
- 6.3.4 Théorème de l'énergie cinétique
- 6.3.5 Puissance

notes

résumé

0m 1s



6.1 Contraintes géométriques

- 6.1.1 Force de contrainte
- 6.1.2 Bille dans un anneau

6.2 Pendule mathématique

- 6.2.1 Loi et équation du mouvement
- 6.2.2 Petites oscillations autour de l'équilibre
- 6.2.3 Période d'oscillation générale

6.3 Travail, énergie cinétique et puissance

- 6.3.1 Intégrale du mouvement
- 6.3.2 Travail
- 6.3.3 Énergie cinétique
- 6.3.4 Théorème de l'énergie cinétique
- 6.3.5 Puissance

possible sur la table pour l'objet qu'est la bouteille. Okay ? ça semble assez logique, ça semble intuitif, d'accord ? C'est tout naturel. Eh bien, tout cela, nous le verrons plus en détail, formalisé de manière systématique pour traiter des problèmes un peu plus compliqués que ce que nous avons vu jusqu'à présent. Okay ? Donc, si nous avons un mouvement sur un plan, bien sûr, il y a une force de réaction normale qui empêche l'objet d'entrer dans la table, si le plan est incliné, la force de réaction normale n'est pas verticale, elle est orthogonale au plan. Et il y a même un cas plus compliqué, si vous prenez une surface, comme vous êtes mathématiciens, vous aimez avoir des courbes, prendre une surface qui est courbée, Comment sera la force de réaction normale ? Eh bien, nous devons introduire un plan tangent à la surface au point donné, d'accord ? Et prendre la droite qui est orthogonale au plan tangent. Et c'est le long de ce droit qui sera orienté, la force de réaction normale, c'est quelque chose que vous avez déjà fait implicitement dans le problème de la manipulation que vous avez dans l'exercice la semaine dernière, d'accord ? Vous avez la force de réaction normale qui est radiale, d'accord ? Vous avez le mur de manutention qui était un mur cylindrique. Si vous prenez la personne au point où vous vous trouvez, vous prenez la force de réaction normale, Eh bien, il est radial, donc il est orthogonal au plan tangent qui sera tangent au cylindre, d'accord ? C'est le plan tangent vertical. Eh bien, il y a un autre exemple que nous allons considérer aujourd'hui, qui est quelque chose que vous connaissez probablement déjà depuis que vous l'avez vu dans le passé, dans un autre cours de physique, très certainement, c'est que si je prends un point matériel comme celui-ci, Attachez un fil, que je le laisse s'asseoir,

notes

résumé

6.1 Contraintes géométriques

- 6.1.1 Force de contrainte
- 6.1.2 Bille dans un anneau

6.2 Pendule mathématique

- 6.2.1 Loi et équation du mouvement
- 6.2.2 Petites oscillations autour de l'équilibre
- 6.2.3 Période d'oscillation générale

6.3 Travail, énergie cinétique et puissance

- 6.3.1 Intégrale du mouvement
- 6.3.2 Travail
- 6.3.3 Énergie cinétique
- 6.3.4 Théorème de l'énergie cinétique
- 6.3.5 Puissance

Okay ? De toute évidence, il ne tombe pas, il n'a pas de mouvement balistique, Il y a donc une force qu'elle détient. Cette force, il est disposé pour qu'à tout moment l'objet soit ramené à la position d'équilibre, c'est-à-dire que nous avons une trajectoire qui se fait sur un arc de cercles. Cette force, c'est la tension dans le fil. C'est aussi une force de contrainte. Donc, ce problème du pendule, il semble très simple. Nous regardons un pendule comme celui-ci, et puis nous voyons un mouvement de Vaivian. Eh bien, si vous êtes un peu curieux que vous allez regarder les notes de cours, et que vous voyez la période générale du pendule mathématique, qui est également appelé le pendule simple, vous verrez que tout est simple, d'accord? Il y a des intégrales elliptiques qui se cachent derrière, que nous résolvons avec les polynômes du genre. Nous n'allons pas y retourner, c'est 5-10 pages de calcul. Mais je vais vous montrer la solution générale, pourquoi ? Pour que nous puissions voir mathématiquement ensemble Comment la limite des oscillations autour de la position d'équilibre des petites oscillations est un bon modèle, d'accord? De toute évidence, si nous prenons un peu de temps comme ça, et nous prenons le pendule et nous le regardons bouger, Eh bien, en première approximation, ce que nous voyons est un mouvement de Vaivian. Donc, il est clair que si l'angle est plus grand, c'est un peu plus compliqué, parce que là, le déni commence à jouer un rôle. La courbure devient nécessaire pour décrire ce qui se passe, mais en première approximation, si l'on regarde ce qui se passe autour de la position d'équilibre, pour les angles faibles, la courbure peut être négligée, et c'est là que nous avons des solutions simples pour la période, cette solution simple. Nous allons l'enlever, nous allons l'établir ensemble aujourd'hui, d'accord?

notes

résumé

Contraintes géométriques

Force de contrainte

Bille dans un anneau

6.1 Contrainte

- **Contrainte g**
mouvement d
- **Demi-sphère**



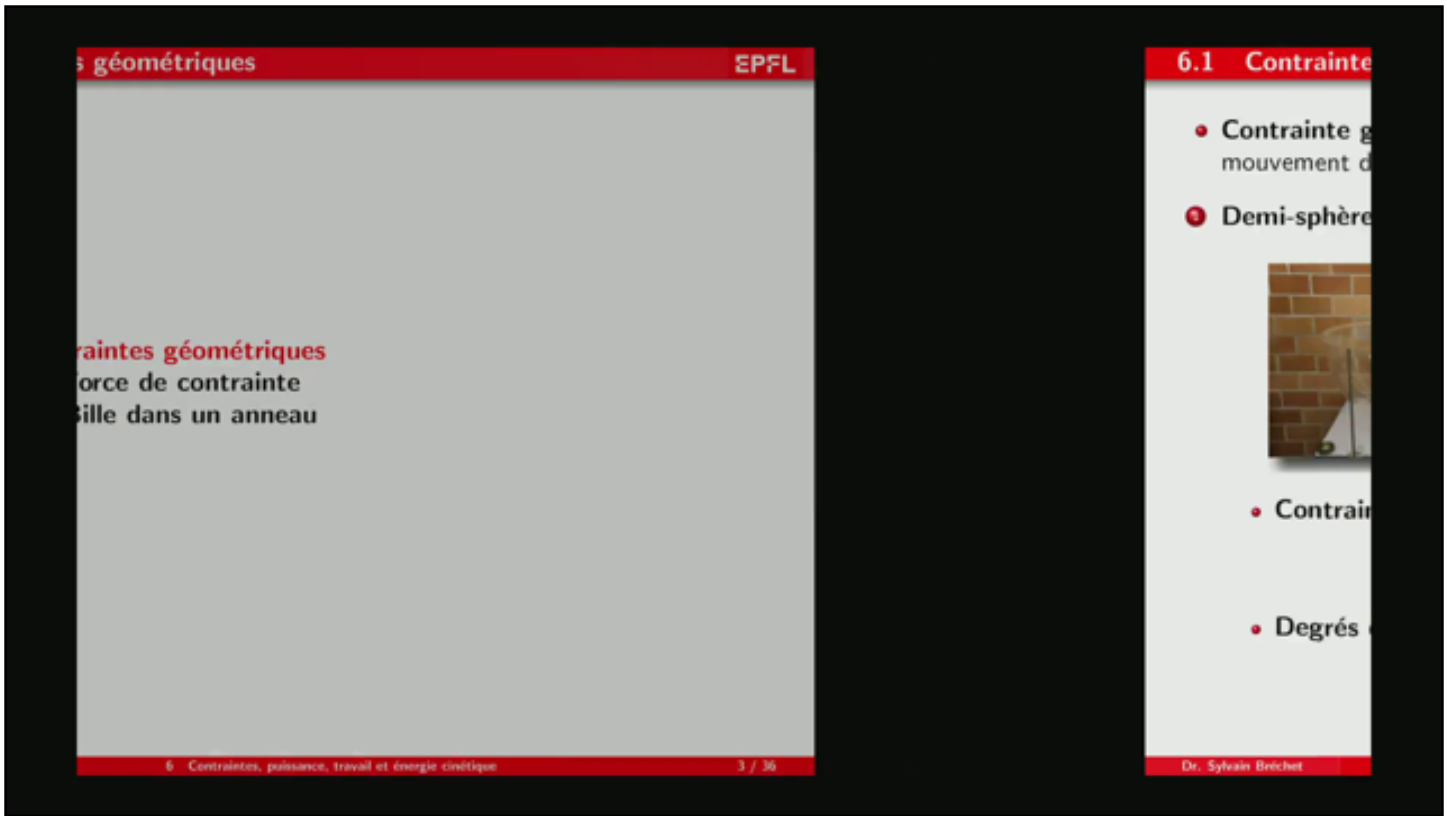
- Contraintes
- Degrés de liberté

notes

résumé

6m 0s



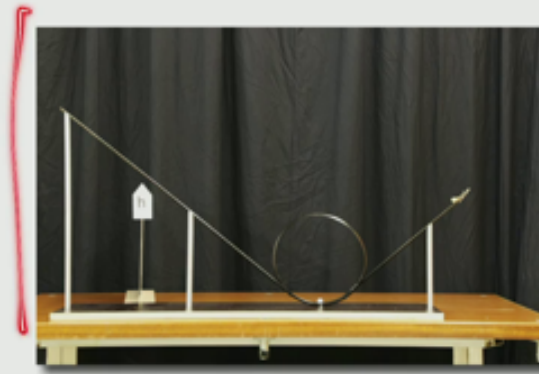


rotation, sur la ligne de coordonnées, la vitesse scalaire était de $r \dot{\phi}$ point, donc multiplié par ϕ point à intégrer, Il revient multiplié par la vitesse. Nous l'avons donc déjà fait ensemble. Nous le ferons systématiquement aujourd'hui, nous allons dessiner l'intégrale du mouvement, C'est une constante. Dans le cas du pock sur le disque, Cette constante est l'énergie cinétique. Nous verrons que l'énergie cinétique apparaîtra. Ce qui se cache derrière, d'une manière plus générale, est le théorème de l'énergie cinétique. Nous verrons que la variation de l'énergie cinétique est en fait lié à ce que nous appelons le travail, le travail effectué dans l'ensemble, les forces extérieures. Dans cette équation, les mêmes informations physiques et mathématiques sont cachées, que celle cachée dans l'équation du mouvement de départ. Mais c'est un avantage, il permet de faire des comparaisons plus claires, en particulier pour faire face aux problèmes où il y a des fissures. J'anticiperai déjà ce que nous verrons, mais si vous prenez un b, que tu ne lâches pas assez de hauteur, a revient. Donc là, apparemment, le b n'est pas placé. Alors regardez, si je lâche prise d'ici, ça revient. Si je laisse aller plus haut, il fera une partie de la boucle, et ensuite il se détachera. a décroît, ok ? Et si je laisse aller plus haut, il fait le tour complet. Et c'est ce que nous aimerions étudier ensemble. Nous aimerions comprendre ce qui se passe. Et pour comprendre ce qui se passe, nous comparerons l'équation du mouvement radial avec l'état de la friction, qui est la force de réaction normale et nulle, avec le théorème de l'énergie cinétique. Et puis, dans le passage, nous définirons aussi la notion de pouvoir, C'est une notion assez intuitive. Ok?

notes

résumé

● Bille sur un looping :



- Contraintes :
- Degré de liberté :

Prenons des exemples de contraintes géométriques. La première, est celle d'un b que nous avons placé sur une domisphère. Donc ici, vous avez une forme de balle, une domisphère, disons que nous avons un rayon géant, pour fixer les idées. Et si on prend un petit b comme ça, une petite boule, nous pourrions d'abord, de négliger le rayon de la balle, Considérons cela comme un point matériel. Ok? Et donc si nous voulons décrire son mouvement, ce qui peut être assez compliqué à l'intérieur de la balle, ok? Il y a une chose qui est certaine, c'est que pour des raisons de symétrie, ce mouvement étudiera en coordonnées sphériques. Donc, clairement, nous allons prendre le centre, l'origine ici au centre de la sphère que vous avez en doublant la domisphère, ok? Et puis, le rayon sera constant. Donc, la coordonnée radiale, R , sera égal au rayon grand-mère Dans notre sphère, ok ? C'est la contrainte C'est imposé ici. C'est que la coordonnée radiale, petit r , est le rayon grand-tère de la sphère. Cela signifie qu'il y a deux degrés de liberté, deux paramètres qui peuvent varier librement. C'est l'angle de latitude et l'angle de longueur. Il faut penser à la terre, par exemple. En coordonnées sphériques, il sera traduit par la coordonnée azimutale, qui nous donne l'angle dans le plan horizontal, et la coordonnée nodale, l'angle de l'angle, qui me donne l'angle dans un plan vertical. Ok? Vous combinez les deux ensemble, Vous pouvez déterminer la position des primaterials sur la sphère. Ok? Donc, cet exemple ici, C'est très simple. Nous comprenons tout ce qui se passe. Ok? Les degrés de liberté sont égaux. Et c'est l'état. Prenons un problème. C'est un peu plus subtil. Nous parlerons de ce problème plus tard dans un autre contexte Quand on parle de trous noirs. Ok? Nous allons parler un peu des trous noirs Introduction à la relativité générale. Sans elle, Ce

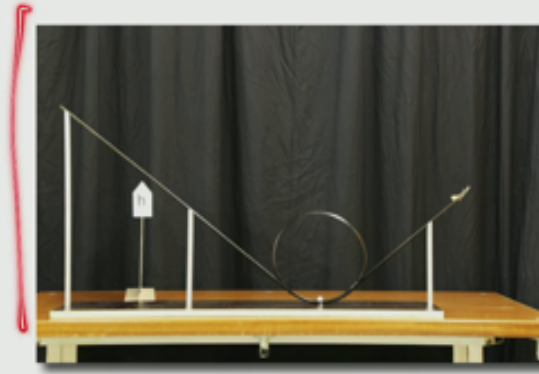
notes

résumé

10m 31s



• Bille sur un looping :



- Contraintes :
- Degré de liberté :

sera le neuvième chapitre du cours. Ok? Donc, ici, vous avez quelque chose qui ressemble à une fosse potentielle. Vous avez une forme de trou noir. Que savons-nous de ce trou noir ? Si vous le regardez de chez vous, Qu'est-ce que tu vois ? Vous voyez deux branches hyperboliques. Vous êtes d'accord ? Ok? Et maintenant vous prenez ces branches hyperboliques, vous les tournez dans l'axe vertical, Vous avez évidemment une symétrie de révolution. Ok? Quel est le type de coordonnées que vous devez prendre pour faire face à ce problème? Puisque nous avons un mouvement de rotation dans un plan, nous avons un axe de symétrie, Ce sont des coordonnées cylindriques. Ok? Donc, vous avez l'axe vertical Z, qui est ici. Ok? Et puis vous avez la coordonnée radiale, une radiale cylindrique, qui est la rangée qui s'y trouve, Ou là, ok ? Et puis vous avez l'angle. Ok? Il n'y a pas de contrainte imposée à l'angle. C'est un degré de liberté. Imaginons que nous prenons l'origine, Donc, vous avez ces branches hyperboliques a sonnera asymptotiquement, ok? à droite horizontale que vous voyez ici en projection. Ok? Il définit un plan horizontal. L'intersection entre ce plan horizontal et l'axe vertical définit l'origine. Ok? Donc, si nous prenons cet axe orienté z vers le haut, nous aurons des Z-composers sur cette surface Ce sera négatif. Ok? La coordonnée radiale horizontale, ligne, Il sera toujours positif. Comment relier les coordonnées verticales à la coordonnée horizontale ? Quelqu'un a une idée ? Si nous écrivons Z, ce serait... Pensez à une hyperbole. Pensez à une fonction hyperbolique. Vous avez f de x , qui est 1 sur x . Ok? Cela donne une branche d'hyperbole. Donc maintenant c'est négatif. Donc, pour f , nous aurons moins 1 sur ρ . Ok? Donc, ici, j'ai juste... Pour l'amusement, nous laisserons notre petite image tourner. Cette image qui est piégée par le trou noir et qui

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

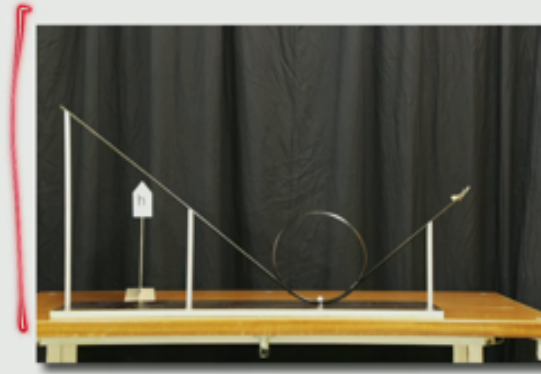
.....

.....

.....

.....

● Bille sur un looping :



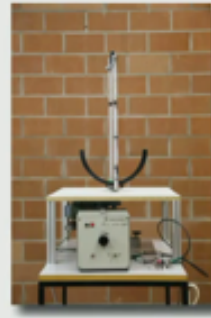
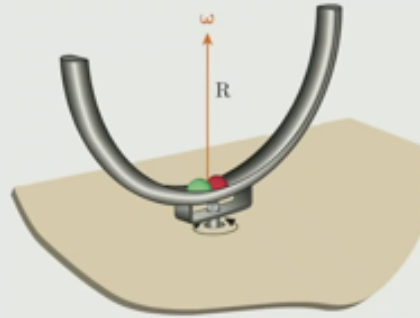
- Contraintes :
- Degré de liberté :

termine sa course au trou noir. Ok? Nous n'en parlerons pas plus en détail, Comme je l'ai dit, nous avons le neuvième chapitre. Mais la contrainte imposée ici est que la coordonnée verticale z sera égal à moins 1 sur ρ . Ok? Il y a donc une chose qui est certaine. C'est que nous avons un degré de liberté C'est notre angle azimutal. Ok? Maintenant, la question est, qu'est-ce que l'autre? a dépend. On peut prendre soit ρ , ou z . On pourrait même imaginer que ce serait une combinaison des deux. En général, nous prenons l'un ou l'autre. Ok? Nous pouvons donc prendre ρ et ϕ comme un degré de liberté. Et puis z est automatiquement déterminé par la valeur de ρ . Ok? On peut prendre z puis ρ est déterminé par z . Donc, vous direz, oui, mais il y a deux branches hyperboliques. Il ne faut pas oublier que l'angle ϕ détermine la branche d'hyperbole en question, Parce que c'est un semi-plan. Ok? C'est vraiment un con. Quand nous avons déterminé ρ , nous avons z , ou si nous avons déterminé z , Nous avons ρ . Ok? Dans un sens, comme dans l'autre. Prenons un dernier exemple. que nous aborderons plus tard dans l'après-midi qui est le mouvement de a b sur un bouclage. Nous avons donc deux dimensions à la base,

notes

résumé

• Bille dans un anneau :



• Contraintes :

• Degré de liberté :

dans un plan vertical. Mais le b se déplace d'abord D'après ce Glissair C'est une pente constante. Et puis à la fin, selon cette autre pente, Nous avons la même pente. Ok? Quelle est la pente? C'est évidemment la relation de la dénouement sur la distance horizontale, qui est une constante. Ainsi, la coordonnée verticale est liée à la coordonnée horizontale. Ok? Donc nous avons en fait un degré de liberté, Ce qui est tout à fait logique parce que nous nous déplaçons le long de cette pente. Et puis quand le b est dans le looping, Tout est déterminé par l'angle. Depuis la coordonnée radiale, Si vous pensez que nous sommes polaires, nous serons constants. Tout cela peut être décrit à l'aide d'une seule coordonnée. Nous allons généralement prendre l'abscisse curviline qui est la distance Voyage le long de la trajectoire. Ok? Donc il y a là Une seule contrainte qui est la longueur de la rampe d'accès ou la rampe de sortie qui sera l'angle d'inclinaison Ce qui est constant. Ok? Ou à la fin de la boucle, cette pente constante. Ok? Le degré de liberté n'en a qu'un. C'est l'abscisse de la curviline. Nous le dénotons par la lettre S. Ok? Prenons maintenant le problème le plus intéressant que nous avons mentionné jusqu'à présent. Nous avons mentionné la semaine dernière et nous l'aborderons en détail aujourd'hui. C'est le mouvement d'un b dans un nano. Ok? Ok?

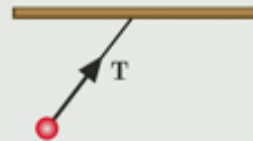
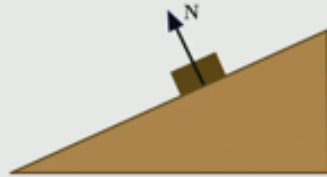
notes

résumé

16m 25s



- **Contrainte géométrique** : une contrainte géométrique est une restriction cinématique (condition mathématique) sur la position, la vitesse ou l'accélération du point matériel.
- **Force de contrainte** : une force de contrainte est une cause dynamique dont l'effet est une contrainte géométrique sur la loi du mouvement (2^e loi de Newton).
- ① **Réaction normale** : exercée par une surface (plane ou courbe)
- ② **Tension** : dans un fil
- ③ **Plan incliné** : réaction normale N
- ④ **Fil** : tension T



Donc, si vous prenez Le nano qui est là et vous le tournez avec un moteur à vitesse angulaire constante Je vais enlever la barre rouge. Et voilà. Ce demi-cercle tourne autour de l'axe vertical Le demi-cercle tourne autour d'une boule de révolution qui est similaire à la balle que vous voyez là-bas. Ok? Donc ce problème nous nous en occuperons en coordonnées sphériques. Ok? Alors qu'est-ce qu'on sait ? Nous savons que notre B Il faut trouver quelque part dans le plan nano. Ok? C'est-à-dire que la distance qui sépare le b du centre ici de la nano est constant, ce rayon du nano. Ok? Une première contrainte géométrique en coordonnées sphériques qui est la coordonnée radiale de la petite terre est le grand rayon de la terre de notre sphère. Ok? Mais il y en a une deuxième. Est-ce que quelqu'un voit Quelle est cette deuxième contrainte Quand je tourne ici Le plan nano ? Oui ? La vitesse angulaire est constante. Exact. C'est la vitesse angulaire qui est constante. Nous avons donc une contrainte Ce n'est pas directement imposé à ϕ . Implicitement oui, puisque ϕ ne peut varier que de manière linéaire. Mais disons nous imposons réellement Les points ϕ La dérivée temporelle de l'angle Ce qui donne l'orientation du plan nano. Ok? Cette dérivée temporelle est constante. Ok? Et comme tu l'as dit tout à l'heure Si elle est constante, Cela signifie que la dérivée temporelle Les points ϕ sont nuls Il n'y aura pas d'accélération angulaire. Ok? Nous avons donc une contrainte qui va être imposée sur le mouvement. Ok? Une limitation de l'accélération. C'est-à-dire que le b ne peut pas sortir du plan de nano. Ok? Nous verrons ce que cela signifie Un peu plus tard. Donc la vitesse angulaire Ω imposé par le moteur correspond ici aux points ϕ C'est une constante. Ok? Ces contraintes nous les utiliserons directement Quand nous écrivons l'accélération

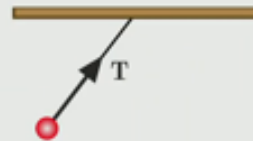
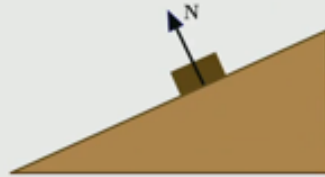
notes

résumé

18m 8s



- **Contrainte géométrique** : une contrainte géométrique est une restriction cinématique (condition mathématique) sur la position, la vitesse ou l'accélération du point matériel.
- **Force de contrainte** : une force de contrainte est une cause dynamique dont l'effet est une contrainte géométrique sur la loi du mouvement (2^e loi de Newton).
- ① **Réaction normale** : exercée par une surface (plane ou courbe)
- ② **Tension** : dans un fil
- ③ **Plan incliné** : réaction normale N
- ④ **Fil** : tension T



d'un corps sphérique. Nous garderons à l'esprit pour simplifier cette accélération. Alors maintenant Combien de degrés de liberté Existe-t-il dans notre problème ? Donc, soit nous raisonnons mathématiquement ou nous le voyons tout de suite. On peut faire les deux. Que peut faire le B ? Le b se déplace dans le nano. Ok? La seule taille d'un corps sphérique Cela variera C'est l'angle nodal θ qui se réfère donc à l'inclinaison de la droite qui va de l'origine qui passe par le B ok? Par rapport à la verticale. Ok? Et puis évidemment nous le voyons aussi parce que Comme il y a une contrainte sur r qui a une contrainte sur ϕ Le seul endroit Là où il n'y a pas de contrainte is pour l'angle θ . Ok? Nous avons donc un degré de liberté qui est θ . Tant mieux. So hop Maintenant que nous avons vu ces exemples

notes

résumé

- ① Contrainte géométrique : mouvement parallèle au plan incliné

(6.3)

- Accélération : parallèle au plan incliné

(6.4)

- Forces extérieures :

- ① Poids : (6.5)

- ① Force de réaction normale :

(6.6)

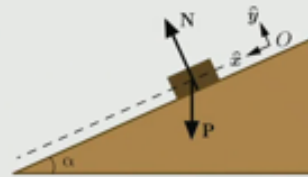
- Loi du mouvement :

(6.7)

- ① selon $\hat{x}$:

- ① selon $\hat{y}$:

(6.8)



Parlons vite sur les forces de contrainte. Je vois qu'il y a des gens Assis derrière Il y a encore des places d'avancer si jamais. Je pense qu'au quatrième rang Il y a encore beaucoup d'endroits N'hésitez pas à prendre Là où ce sera plus facile pour prendre des notes finalement. Ok? So nous avons dit qu'une contrainte géométrique était une restriction sur les coordonnées de la position de la vitesse et puis qui serait ensuite percolée sur les coordonnées d'accélération du pion matériel. Ok? S'il y a des restrictions sur les effets Il y a des causes qui donnent lieu à ces restrictions ces causes Ce sont les fameuses forces de contrainte. Ok? Prenons deux exemples. J'ai déjà mentionné mais voyons les avec un peu plus de détails Le premier est le mouvement d'un bloc sur un plan incliné. Ok? Ce bloc est soumis à son propre poids un tout petit peu mais s'il n'était soumis qu'à son propre poids il y aurait un mouvement flexible but c'est sur le plan incliné il ne peut glisser que le long du plan incliné. Bien sûr, il y a une force Cela limitera Le mouvement possible dans l'espace des trois dimensions En raison de la présence de l'avion lui-même. Ok? Cette force est la force de réaction normale. qui est orthogonal au plan. Ok? Nous allons voir cela en effet si elle est orthogonale au plan Nous avons un mouvement le long du plan incliné nous le ferons dans quelques instants. Le deuxième exemple que nous avons aussi vu est pour le pendule La tension Cela doit être le long de la ligne pour garantir que le mouvement du pion matériel attaché à la ligne est faite sur un arc de rayon constant autour du point d'attache de la ligne. Ok? Ce problème nous traiterons avec elle dans beaucoup de détails dans la deuxième partie de ce cours. Alors commençons.

notes

résumé

21m 33s



- Loi du mouvement : vectorielle

- Equation du mouvement : (6.9)

force de réaction normale orthogonale au plan

(6.10)

- La force de réaction normale N compense la composante du poids P qui est normale au plan pour assurer que le mouvement du bloc soit parallèle au plan incliné (contrainte géométrique), sinon il s'y enfoncerait.

notes

résumé

23m 16s



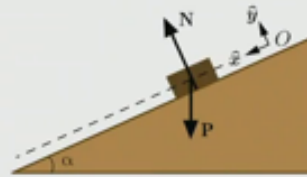
① Force de réaction normale : plan incliné

- Loi du mouvement : vectorielle

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} = \mathbf{P} + \mathbf{N} = m \mathbf{a} \quad (6.7)$$

- Equation du mouvement : (6.9)

mouvement parallèle au plan (MRUA)



- Equation de contrainte :

force de réaction normale orthogonale au plan

(6.10)

- La force de réaction normale $\mathbf{N}$ compense la composante du poids $\mathbf{P}$ qui est normale au plan pour assurer que le mouvement du bloc soit parallèle au plan incliné (contrainte géométrique), sinon il s'y enfoncerait.

unitaire Chapeau. Ok? Alors nous écrivons la loi du mouvement qui est la suivante. La somme des forces extérieures est le poids plus la force de réaction normale qui sont égaux à la masse fois l'accélération. Ok? Alors maintenant nous prendrons L'expression du poids qui est la force de réaction normale ainsi que l'accélération que nous allons remplacer dans la loi de la circulation. Ok? Donc nous allons loin nous allons le projeter selon l'axe des munitions commençant par l'axe des abscisses nous prenons les termes scalaires qui multiplie x chapeau pour le poids Bien sûr, c'est $mg \sin \alpha$ Il n'y a pas de composant le long de l'axe des abscisses pour la force de réaction normale et dans la main droite C'est la masse multiplié par l'accélération composant selon cet axe C'est le $x\text{-hat}$. Ok? Ensuite, le long de l'axe de l'artillerie pour le poids nous avons enfiévré moins mg que $\sin \alpha$ pour la force de réaction normale nous avons plus n et dans la main droite nous n'avons rien du tout Depuis l'accélération est le même que la réaction normale qui est la réaction normale nous n'avons rien du tout Depuis l'accélération est purement le long de l'axe des abscisses Ok? Nous voyons déjà quelque chose Intéressant qui apparaît ici c'est que nous avons une loi de circulation si vous voulez que ce soit une loi vectorielle Nous sommes dans un avion Nous avons donc quelque chose bidimensionnel Ok? Quand nous projetons nous nous trouvons avec deux équations Une première équation qui, ici, le long de l'avion est évidemment là que l'accélération se produira C'est l'équation scalaire du mouvement la deuxième Il nous donne simplement une contrainte La force de la contrainte est une équation de contraintes il nous donnera la valeur de L Ok? So en fait

notes

résumé

- Contraintes géométriques :

- Rayon constant :

$$r = R = cslc$$

ainsi

- Vitesse angulaire constante :

(anneau)

ainsi

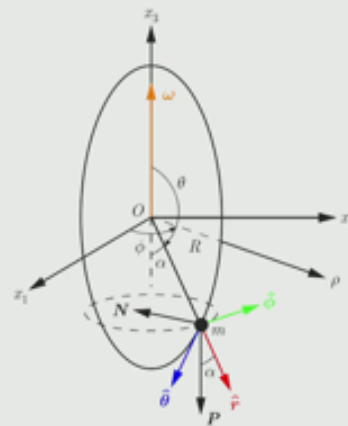
$$(6.11)$$

- Forces extérieures :

$$(6.14)$$

- Poids :

- Réaction normale :



La réaction normale N est orthogonale au mouvement non contraint selon $\hat{\theta}$ où le degré de liberté est l'angle θ .

si nous prenons l'équation du mouvement La première chose que nous faisons toujours quand nous avons une équation du mouvement Qu'y a-t-il ? nous le divisons par la masse Nous avons pris la somme so x.1 est g sin alpha ok? qui est une constante C'est-à-dire que nous avons une accélération constante le long de l'avion nous pouvons intégrer deux fois Trouver la cinématique Avoir un x de t Ce qui serait la moitié g sin alpha t carré plus un v0 t plus un x0 ok? nous ne le ferons pas vous voyez ce que nous devrions faire ok? Pourquoi est-ce raisonnable Ce que nous venons de trouver Imaginez que vous prenez votre avion et vous l'inclinez sous un angle normal Qu'est-ce que tu as ? Une chute libre ok? Le pécché de 90 degrés est 1 C'est G ok? nous trouverons Et s'il n'y a pas d'inclination du tout Le bloc ne bougera pas ok? si alpha est égal à 0 sin alpha est 0 Il n'y a pas d'accélération ok? donc c'est pour l'équation du mouvement now L'équation des contraintes nous donne la norme de la force de réaction normale qui est mg cos alpha ok? Mais qu'est-ce que le mg cos alpha ? en valeur absolue C'est la composante de poids selon la ligne de coordonnées La ligne de coordonnées ok? selon cet axe Que fait la force de réaction normale ? il compense La composante de poids qui est selon l'axe orthogonal dans l'avion et qui provoquerait l'effondrement de the Disons que le mouvement du bloc ok? à travers le plan incliné La force de réaction normale le soutient dans cette direction il s'oppose ce composant de poids Pour qu'il n'y ait plus qu'un qui est la composante horizontale enfin qui est la composante d'axe ok? la longueur du plan incliné qui est en fait La cause de son accélération avec accélération constante Le long

notes

résumé

27m 14s



- Contraintes géométriques :

- Rayon constant :

$$r = R = \text{const.}$$

ainsi

- Vitesse angulaire constante :

(anneau)

ainsi

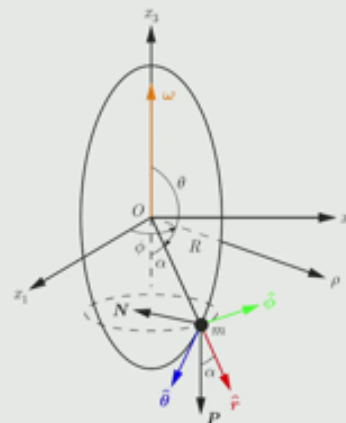
$$(6.11)$$

- Forces extérieures :

$$(6.14)$$

- Poids :

- Réaction normale :



La réaction normale N est orthogonale au mouvement non contraint selon $\hat{\theta}$ où le degré de liberté est l'angle θ .

de cet avion C'est ce qui se cache à l'intérieur de ces équations. ok? donc je suis d'accord avec toi Le plan incliné n'est pas le problème le plus transcendant Cela peut se faire en physique Nous devons tous commencer par cela nous serons intéressés par des problèmes plus intéressants maintenant Le problème le plus intéressant est celle de la vie dans la loi c'est clairement assez subtil et joli ok? donc ici juste pour visualiser ce qui se passe Vous devez imaginer que vous voyez le plan de la rotation demi-annuée elle a été achevée afin que nous ayons un anon complet ok? et ensuite nous le voyons comme un profil ok? Donc, si nous le voyons comme un profil nous le voyons comme une ellipse and la longueur de l'axe horizontal qui est dans l'avion de cet anon ok? nous avons ce droit inférieur qui est la droite radiale qui commence par l'origine la longueur de l'axe du rho Alors vous direz Oui, ma rho ne fait pas partie de La coordonnée sphérique C'est le cas. mais il permet de visualiser ce qui se passe ok? Nous avons donc notre B qui est là-bas et puis nous imaginons que nous tournons l'anon au sens trigonométrique dans l'avion nous verrons si nous orientons la paume de la main droite comme ça nous avons le vecteur angulaire qui est orienté selon le pouce c'est-à-dire qu'il est orienté vers l'eau ok? Nous allons donc choisir un angle phi qui augmente en ce sens nous allons le prendre à partir de l'axe de l'axe de l'axe OX1 dans le plan horizontal Le voilà ok? nous avons aussi un angle nodal que nous choisirons à partir de l'axe vertical vers le bas et ensuite nous verrons que nous sommes confrontés à un problème de projection Ce qui peut générer beaucoup de fautes Il y a une technique que je vous donnerai dans quelques

notes

résumé

- Contraintes géométriques :

- Rayon constant :

$$r = R = cslc$$

ainsi

- Vitesse angulaire constante :

(anneau)

ainsi

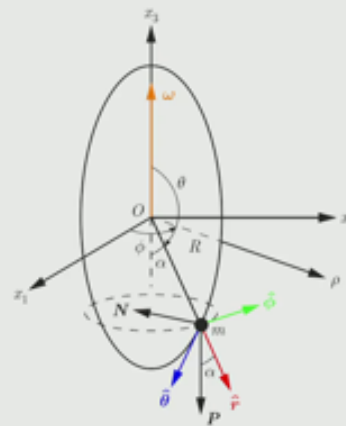
$$(6.11)$$

- Forces extérieures :

$$(6.14)$$

- Poids :

- Réaction normale :



La réaction normale N est orthogonale au mouvement non contraint selon $\hat{\theta}$ où le degré de liberté est l'angle θ .

instants Le problème suit l'angle θ qui apparaît ici ok? Si vous avez un angle ϕ Le sinus est positif Ce n'est pas le cas du cosinus ok? donc vous projetez avec un cosinus négatif c'est la meilleure façon d'être sûr d'avoir tort avec le sinus ok? Il y aura donc une parade à ce problème Continuons. si nous prenons la droite radiale qui commence par l'origine qui traverse le matériau nous aurons le long de cette droite radiale le vecteur unitaire $\hat{R}$ ok? le θ long est positif vers le bas donc nous prenons la structure de notre anneau comme ceci nous suivons la ligne des coordonnées nodales et au niveau du point matériel nous orientons notre vecteur $\hat{\theta}$ chapeau vers le bas Maintenant, si vous faites le produit vectoriel de $\hat{R}$ chapeau avec $\hat{\theta}$ chapeau vous trouverez un vecteur unitaire horizontal qui est orientée dans le sens du mouvement de rotation de l'anneau c'est en vue de l'avion au sens trigonométrique ok? Il est dans la trajectoire C'est un peu difficile à voir parce que tout est donnée en perspective C'est pour ça que je vous l'explique ok? alors ce que vous pouvez faire Cela n'a pas été fait ici mais vous pouvez également dessiner plusieurs plans le jour de l'examen pour être sûr de ne pas se tromper Dessiner un plan vertical et vous dessinez un plan horizontal et là les bons angles que vous voyez Ils ne sont pas vus en perspective C'est vraiment de bons angles Et là vous êtes sûr de ne pas avoir tort

notes

résumé

- Poids : (6.14)

- Piège : projection

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \quad \text{ainsi}$$

- Angles supplémentaires : θ et α

$$(6.12)$$

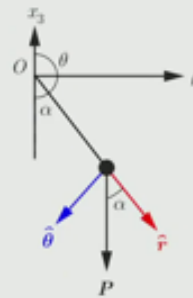
- Identités : cercle trigonométrique

③

③

$$(6.13)$$

- Poids : (6.14)



C'est une constante. Donc maintenant, si nous tirons cela autant que possible, nous n'avons qu'une accélération angulaire, un point oméga, qui est aussi phi-point-point et null. Donc c'est aussi un terme qui va disparaître dans l'expression de l'accélération. En fait, pour être plus clair, nous avons deux termes qui disparaissent ici, sur les n-nœuds existants, mais il y en a d'autres qui disparaissent car la vitesse radiale est également nulle. Donc, vous verrez que nous avons un peu moins de terme que ce que nous avons au début. En fait, nous verrons que nous avons cinq mandats au lieu de neuf, Ce qui est déjà un gain intéressant. Alors maintenant, quelles sont les forces extérieures exercées sur le premier matériau ? Le premier est le poids que la masse produit par le champ gravitationnel, mais évidemment il y en a une deuxième, et cette seconde est la force de réaction normale. Alors maintenant, soyez prudent. Cette force de réaction normale est la composante du composant. Nous pouvons le faire intuitivement, et nous le ferons mathématiquement aussi. Quand l'anneau tourne, l'angle du point de matériau est complètement déterminé par le moteur. Ce n'est pas un degré de liberté. Donc, nous ne pouvons pas avoir une ligne pointillée comme nous l'avons vu. Et donc nous devons avoir une composante de la force de réaction normale qui force l'anneau à rester dans l'anneau, un composant que nous avons mis en place. Nous en avons un autre. La distance qui sépare l'anneau de l'anneau est constante. Donc on ne peut pas avoir de vitesse radiale, on ne peut pas avoir d'accélération radiale. Nous devons avoir une cause qui réponde à cela, qui est la composante radiale de la force de réaction normale. Nous avons donc deux contraintes. Pourquoi ? Parce que nous savons que nous avons un degré de liberté qui est long. Donc, quand nous allons projeter la loi de la motion, nous

notes

résumé

32m 49s



- Poids : (6.14)

- Piège : projection

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \quad \text{ainsi}$$

- Angles supplémentaires : θ et α

$$(6.12)$$

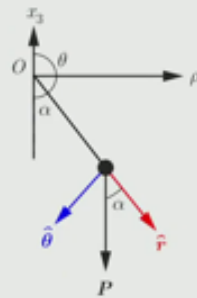
- Identités : cercle trigonométrique

③

③

$$(6.13)$$

- Poids : (6.14)



allons avoir une première équation qui nous donne la composante radiale, une dernière équation qui nous donne la composante azimutale, et la deuxième équation, ce sera l'équation du mouvement le long de la ligne de coordonnées, Mais qu'en pensez-vous, NFI ? La réponse est que nous aurons la réponse à la question, mais pas encore. Pour l'instant, on ne sait pas. Nous ne savons même pas si ces composantes sont positives ou négatives. Dans ce cas, pour Nfl, pour Nfl, on peut douter que ce soit négatif. De toute évidence, si nous le regardons radicalement, le point matériel ne pourra pas sortir de la structure de l'anneau, la composante radiale doit donc être orientée vers l'intérieur. Ce sera juste, d'accord ? D'autre part, vous verrez que, après le bimont ou la descente, la composante azimutale sera positive ou négative. Il n'y a donc qu'une seule façon de trouver les composantes de cette force de réaction normale, est de calculer l'explicite de la dynamique, et c'est ce que nous allons faire maintenant.

notes

résumé

- Poids : (6.14)

$$\vec{P} = m\vec{g} = mg(\cos\alpha\hat{r} + \sin\alpha\hat{\theta})$$

- Piège : projection

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \quad \text{ainsi} \quad \cos\theta < 0$$

- Angles supplémentaires : θ et α

$$\alpha + \theta = \pi \quad (6.12)$$

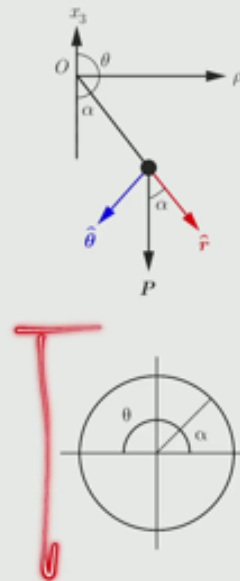
- Identités : cercle trigonométrique

①

②

$$(6.13)$$

- Poids : (6.14)



Dr. Sylvain Bréchet

6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

11 / 36

Pour pouvoir calculer la dynamique, nous sommes face au piège, dont j'ai parlé il y a quelques instants, que l'angle θ est un angle obtus. Il y a donc un paradoxe. Lorsque vous avez un angle obtus, derrière n'importe quel angle obtus, un angle supplémentaire est caché. Donc, si vous prenez l'angle θ qui est ici, vous pouvez y ajouter un angle α , sachant que la somme de θ et d' α est égale à π . C'est ce qu'on va faire. Vous avez $\alpha + \theta = \pi$. Le piège, comme nous l'avons mentionné, est que l'angle θ est un angle obtus, il en va de même pour l'angle cosinus. La solution consiste donc à faire une projection en utilisant l'angle α puis convertir les fonctions trigonométriques de l'angle α en fonctions trigonométriques de l'angle θ , et nous ne faisons pas d'erreur. Donc, vous prenez le poids, qui est mg , le poids que nous voyons ici dans un plan vertical. Si nous projetons le long de la ligne radiale, nous allons projeter sur la cathédra, qui est adjacente à l'angle α , et donc nous allons nous retrouver avec mg , qui multiplie le cosinus de l' α , et si nous projetons le long de la ligne radiale, nous allons projeter sur la cathédra opposée, et donc nous allons nous retrouver avec l' α plus le sinus, fois θ . Et ici, il est toujours bon de dessiner une petite image.

notes

résumé

37m 12s



- Loi du mouvement :

(6.15)

- Poids :

$$\mathbf{P} = m \mathbf{g} = mg \left(-\cos \theta \hat{\mathbf{r}} + \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \quad (6.14)$$

- Réaction normale :

$$\mathbf{N} = N_r \hat{\mathbf{r}} + N_\phi \hat{\boldsymbol{\phi}} \quad (6.15)$$

- Accélération : coordonnées sphériques (5.20) et contraintes

(6.16)

- L'équation du mouvement et les équations de contraintes sont obtenues en substituant le poids $\mathbf{P}$, la force de réaction normale $\mathbf{N}$ et l'accélération $\mathbf{a}$ dans la loi du mouvement (6.15) et en la projetant dans le repère sphérique.

Vous avez un circuit trigonométrique. Ici, vous avez l'angle θ , qui est l'angle α supplémentaire. Que peut-on dire des fonctions trigonométriques des angles sinus et cosinus? Le sinus de l' α va clairement être égal au sinus de θ . Les angles supplémentaires auront le même sinus, si ces angles sont compris entre 0 et 180 degrés. Cependant, le cosinus de l' α sera l'opposé du cosinus de θ . Maintenant, la solution est de convertir le cosinus de l' α en cosinus et sinus de θ . Nous allons trouver pour le poids, mg , qui multiplie moins le cosinus de θ fois r chapeau, plus le sinus de θ fois θ chapeau. Si vous avez un problème avec ce type d'examen, veuillez passer par les angles supplémentaires. Vous pourriez dire, oui, je n'ai même pas besoin de m'inquiéter des angles. Je sais que le cosinus des sinus change, vous pouvez le faire, mais si vous êtes stressé, il est très facile de se tromper. Donc vous avez vraiment tout l'intérêt de mettre toutes les chances de votre côté et passer par les angles supplémentaires systématiquement, Comme si vous aviez un angle de vue. Je ne dis pas qu'il y aura un tel problème d'examen. Je dis que c'est possible. Si c'était le cas, c'est ce qu'on devrait faire.

notes

résumé

38m 47s



- Equation du mouvement et équations de contraintes :

- selon $\hat{r}$:

- selon $\hat{\theta}$:

(6.17)

- selon $\hat{\phi}$:

- Réaction normale : (6.17) selon $\hat{r}$ et $\hat{\phi}$ dans (6.14)

(6.18)

- Equation du mouvement : (6.17) selon $\hat{\theta}$

(6.19)

- La loi du mouvement permet de déterminer les composantes de la force de contrainte (réaction normale N) par projection dans les directions où le mouvement est contraint.

notes

résumé

40m 22s



- Equation du mouvement et équations de contraintes :

- selon $\hat{r}$:

- selon $\hat{\theta}$: (6.17)

- selon $\hat{\phi}$:

- Réaction normale : (6.17) selon $\hat{r}$ et $\hat{\phi}$ dans (6.14)

(6.18)

- Equation du mouvement : (6.17) selon $\hat{\theta}$

(6.19)

- La loi du mouvement permet de déterminer les composantes de la force de contrainte (réaction normale N) par projection dans les directions où le mouvement est contraint.

la bague autour de l'axe vertical qui sera traduit par un oméga-qa à petit air, Sinuqa thêta, parce que le rayon est $r \sin \theta$, et il y a projection selon la droite de coordonnées radiales-radiales avec le vecteur unitaire $\hat{r}$. Nous aurons deux mandats qui sera, selon la ligne de coordonnées nodales, un terme d'accélération tangentielle dans le plan de l'anneau, qui est un $\dot{r}$ point-thêta. Et puis, nous avons le même terme d'accélération en raison de la rotation de la bague dans le plan horizontal. Sauf que le projeté est $\hat{r}$, où le projeté est $\hat{\theta}$, et nous remplaçons une sinuqa par un cosinus, nous nous retrouverons avec un moins oméga-qa, sinuqa thêta, cosinus thêta, tout le temps le thêta-capot. Et nous avons encore un terme d'accélération qui est un terme d'accélération de Coriolis, qui sera dans le plan horizontal selon la ligne de coordonnées azimutales. Nous aurons deux-air oméga-thêta-point, cosinus thêta, le thêta-capot de tous les temps. Donc, vous voyez que notre accélération générale a déjà fondu un peu au soleil, il y a un peu moins de terme, il n'y en a que cinq, il y en a neuf, C'est déjà un gain intéressant. Donc, nous prenons maintenant le poids, la force de réaction normale, l'accélération, et nous les projetons, Nous les substituons plutôt dans la loi du mouvement, et nous projetons cette loi du mouvement selon les lignes de coordonnées.

notes

résumé

- Equation du mouvement et équations de contraintes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ selon } \hat{r} : -mg \cos \theta + N_r &= -mR(\dot{\theta}^2 + \omega^2 \sin^2 \theta) \\ \textcircled{2} \text{ selon } \hat{\theta} : mg \sin \theta &= mR(\ddot{\theta} - \omega^2 \sin \theta \cos \theta) \\ \textcircled{3} \text{ selon } \hat{\phi} : N_\phi &= 2mR\omega \dot{\theta} \cos \theta \end{aligned} \quad (6.17)$$

- Réaction normale : (6.17) selon $\hat{r}$ et $\hat{\phi}$ dans (6.14)

$$\vec{N} = m(\underbrace{g \cos \theta}_{<0} - \underbrace{R\dot{\theta}^2}_{<0} - \underbrace{R\omega^2 \sin^2 \theta}_{<0}) \hat{r} + \underbrace{2mR\omega \dot{\theta} \cos \theta}_{>0} \hat{\phi} \quad (6.18)$$

- Equation du mouvement : (6.17) selon $\hat{\theta}$

(6.19)

- La loi du mouvement permet de déterminer les composantes de la force de contrainte (réaction normale N) par projection dans les directions où le mouvement est contraint.

Commençons par la ligne de coordonnées radiales. Donc, nous allons prendre les termes du poids qui sont selon l'air-capot. Nous aurons moins de mg de cosinus θ pour le point, pour la force de réaction normale, nous aurons n_r , et dans le nombre de watts, nous aurons moins $m r \theta$ -point-quad, plus ω -quad, sinu-quad θ . Et nous ferons le reste des projections après la pause. Je voudrais commencer par une petite annonce. Apparemment, les diapositives de cours de la semaine dernière, les diapositives du chapitre 5, non pas les diapositives des applications, mais bien sûr, que nous avons remplacé dans la loi vectorielle du mouvement, l'équation 615. Et maintenant, selon les lignes de coordonnées, nous allons garder les termes qui se multiplient tout autour de r chapeau, θ chapeau, ϕ chapeau. Nous trouvons des équations scalaires. Nous l'avons fait pour le chapeau, nous le ferons maintenant pour le chapeau θ . Donc, la composante du poids selon θ chapeau est $c m g \sin \theta$. Il n'y a aucune composante de la force de réaction normale, pourquoi ? Car précisément le mouvement n'est pas contraint le long de cette ligne de coordonnées. Dans la partie droite, nous avons le produit massique multiplié par l'accélération tangentielle. dans le plan vertical et l' accélération centripète dans le plan horizontal projeté le long de cette ligne de la ligne de coordonnées nodale. Et enfin, si nous prenons la ligne de coordonnées azimutale dans le plan horizontal, il n'y aura pas de composant du poids, le poids est purement vertical. D'autre part, nous avons la composante de la force de réaction normale, n_ϕ , qui sera alors égal au produit massique multiplié par l'accélération de centripet, l'accélération de coriolis, désolé, est $2 m r \omega \dot{\theta}$ fois le cosinus de θ . Si vous regardez ces trois équations, vous voyez une chose qui est dans les yeux, c'est que dans le premier et dans le troisième,

notes

résumé

43m 54s



- Equation du mouvement et équations de contraintes :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ selon } \hat{r} : -mg \cos \theta + N_r &= -mR(\dot{\theta}^2 + \omega^2 \sin^2 \theta) \\ \textcircled{2} \text{ selon } \hat{\theta} : mg \sin \theta &= mR(\ddot{\theta} - \omega^2 \sin \theta \cos \theta) \\ \textcircled{3} \text{ selon } \hat{\phi} : N_\phi &= 2mR\omega \dot{\theta} \cos \theta \end{aligned} \quad (6.17)$$

- Réaction normale : (6.17) selon $\hat{r}$ et $\hat{\phi}$ dans (6.14)

$$\vec{N} = \underbrace{m(g \cos \theta)}_{<0} \underbrace{-R\dot{\theta}^2}_{<0} \underbrace{-R\omega^2 \sin^2 \theta}_{<0} \hat{r} + \underbrace{2mR\omega \dot{\theta} \cos \theta}_{>0} \hat{\phi} \quad (6.18)$$

- Equation du mouvement : (6.17) selon $\hat{\theta}$

(6.19)

- La loi du mouvement permet de déterminer les composantes de la force de contrainte (réaction normale N) par projection dans les directions où le mouvement est contraint.

vous avez les composants de la force de réaction normale. Ces deux équations sont des équations de contrainte. L'équation de mouvement, où il n'y a pas de contrainte, est l'équation qui se déroule le long de la ligne de coordonnées, nodale. C'est le mouvement qui a lieu le long de l'anneau dans le plan de l'anneau. C'est là qu'il n'y a pas de contrainte. Écrivons la force de réaction normale et essayons de comprendre ce qu'elle veut apprendre. n est $n_r \phi_r$ chapeau, c'est-à-dire que ce sera m qui se multiplie. J'ai $\cos \theta$ moins $r \theta$ point carré moins $r \omega$ carré $\sin \theta$ fois r chapeau. Et puis il y a encore $n \phi$ fois ϕ chapeau, c'est-à-dire que $2 m r \omega \theta$ point $\cos \theta$ fois θ chapeau. Regardons les signes maintenant. Le $\cos \theta$, rappelez-vous, est le $\cos$ d'un angle obtenu. Donc le $\cos$ de θ est négatif, ce premier terme est négatif. Maintenant, si cela inclut, le second sera également négatif. Si cela inclut le troisième aussi. Cela signifie que la force radiale de la force de réaction normale est orientée vers l'origine. Pourquoi ? Car l'anneau exercera une force qui supportera la poutre qui sera orientée vers l'origine. C'est ce que nous obtenons. Alors, que fait cette force de réaction normale ? Il compense la force radiale du poids, qui est ici. Il compense également la composante de ce que nous verrons plus loin dans la référence de faisceau accéléré, qui est la force centrifuge liée au mouvement de rotation dans le plan vertical. Et il compense la composante de force centrifuge liée au mouvement de rotation de la poutre dans le plan horizontal. Voici donc les trois termes qui apparaissent. Quel est le dernier terme qui est ici ?

notes

résumé

- Equation du mouvement :

$$\ddot{\theta} - \left(\frac{g}{R} + \omega^2 \cos \theta \right) \sin \theta = 0 \quad (6.19)$$

- Condition d'équilibre : $\theta = \theta_0$

(6.20)

- Angles d'équilibre : $\theta_0 \in \{\theta_1, \theta_2\}$

(6.21)



•

•

(6.22)

- Pour que l'angle d'équilibre θ_2 existe, il faut que $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$.

Que pouvons-nous dire de ce terme ? Eh bien, honnêtement, nous ne pouvons rien dire strictement parce que $2mR\omega$ est positif, le cosinus de θ est négatif, mais le sinus du point θ dépend du fait que le faisceau monte ou descend. Selon la quantité de faisceau descendant, la force de réaction normale agira soit dans un sens, soit dans l'autre. La réponse est donc purement dynamique. C'est assez subtil, mais c'est joli. Ici, ce qui fait cette dernière composante de la force de réaction normale, c'est qu'elle s'opposera à la force appelée coriolis, pour forcer le faisceau à rester dans le plan de l'anneau. Voici donc ce que nous pouvons tirer de cette force de réaction normale. Si vous arrivez immédiatement à deviner son expression, vous êtes très fort. Cela vaut la peine de passer par la dynamique et de ne pas essayer de trouver cette expression intuitivement. Nous pouvons le faire, mais vous avez besoin de beaucoup d'expérience et de doigts pour y arriver. Tout d'abord, il est plus facile et plus rapide de passer par la dynamique pour trouver ces forces de contrainte. Si vous regardez la pression, vous trouverez une force de contrainte à calculer. Qu'il s'agisse d'une tension ou d'une force de réaction normale, vous devrez passer par les équations dynamiques. Maintenant, il y a des informations que nous n'avons pas encore traitées, qui est celle cachée dans la deuxième équation, qui est la loi du mouvement, qui est l'équation scalaire du mouvement. Donc, nous prenons cette équation et quelle est la première chose que nous allons faire avec cette équation ? Nous nous divisons par la masse. Nous ne ferons pas mieux que cela. Nous pouvons encore diviser par quelque chose d'autre, qui est le rayon. Si nous divisons par la masse et par le rayon, qui est mis tous les termes du même côté, nous nous retrouverons avec $\ddot{\theta}$ moins

notes

résumé

49m 13s



- Equation du mouvement :

$$\ddot{\theta} - \left(\frac{g}{R} + \omega^2 \cos \theta \right) \sin \theta = 0 \quad (6.19)$$

- Condition d'équilibre : $\theta = \theta_0$

(6.20)

- Angles d'équilibre : $\theta_0 \in \{\theta_1, \theta_2\}$

(6.21)



•

•

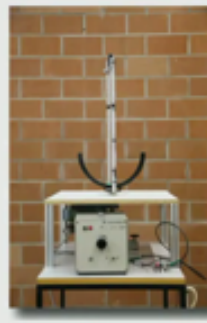
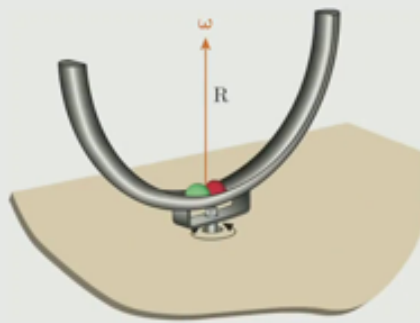
(6.22)

- Pour que l'angle d'équilibre θ_2 existe, il faut que $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$.

g sur r plus ω carré plus $\sin \theta$ fois $\sin \theta$, qui est égal à zéro. Ce n'est pas simple. Ce n'est pas simple, mais nous pourrions voir que cette petite équation peut nous dire la longueur de ce que nous allons trouver, en particulier sur les positions d'équilibre.

notes

résumé



- Une bille glisse dans un anneau de rayon R en rotation à vitesse angulaire ω constante.

❶ Si la vitesse angulaire $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$, la bille reste au bas de l'anneau.

❷ Si la vitesse angulaire $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$, la bille oscille autour d'une autre position d'équilibre.

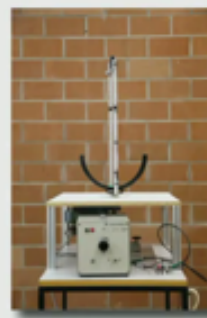
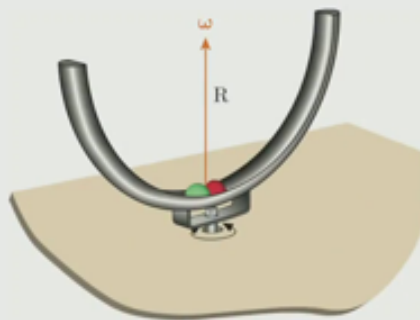
Donc, regardez le b, c'est en ce moment à la balance pour une vitesse angulaire nulle. Cette balance est celle où le b est évidemment en bas de l'anneau. Si c'est au bas de l'anneau, l'angle est à quoi ? a descend. Ok? Il s'agit donc d'une solution d'équilibre que nous devons retrouver. Mais ce n'est pas le seul. Pourquoi ? Parce que si on tourne assez vite, la bague, le b remonte. Donc, il y en a un autre qui dépendra de la vitesse angulaire. Nous allons trouver ces deux solutions ensemble. Comment trouver ces solutions d'équilibre ? Eh bien, nous devons imposer la condition d'équilibre. L'angle θ vaut un certain angle d'équilibre que nous appellerons θ_0 . Et cela se traduira par le fait que θ_0 sera constant. Donc, si nous le déduisons d'ailleurs, la vitesse angulaire dans le plan nodal sera nulle quand nous sommes à la balance, et l'accélération angulaire aussi. Ok? Donc, maintenant nous prenons l'équation du mouvement, nous remplaçons θ par θ_0 . Ce terme a disparu. Ok? Et nous nous retrouverons avec le sinus de θ_0 qui se multiplie g sur r plus ω^2 fois le cosinus de θ_0 égal à zéro. Ok? Donc, nous effaçons un terme dans le membre de gauche qui est nul. Ce terme est le produit de deux termes. Donc, pour que le membre de gauche soit nul, il y a deux solutions. Soit c'est le sinus de θ_0 qui est nul, ou c'est le terme entre parenthèses qui est nul. Prenons donc la première solution qui va lui correspondre. Le premier angle d'équilibre, nous l'appellerons l'angle θ_1 . Ok? Donc, si le sinus de θ_1 est égal à zéro, et que l'angle est un angle obtenu, alors θ_1 sera égal à π . Ok? C'est la solution que nous voyons en ce moment. C'est celui qui se manifeste à basse vitesse.

notes

résumé

51m 40s





- Une bille glisse dans un anneau de rayon R en rotation à vitesse angulaire ω constante.

- ❶ Si la vitesse angulaire $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$, la bille reste au bas de l'anneau.
- ❷ Si la vitesse angulaire $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$, la bille oscille autour d'une autre position équilibre.

Dr. Sylvain Bréchet

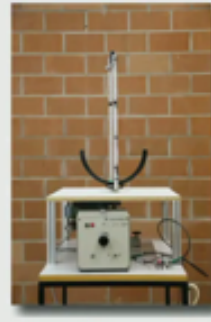
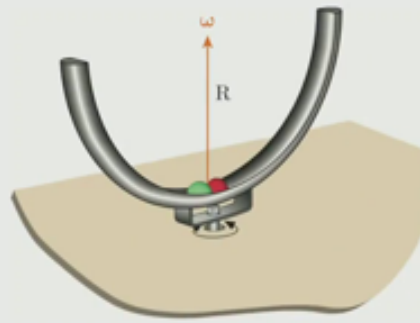
6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

15 / 36

À basse vitesse, nulle, comme c'est le cas maintenant, mais même... Il y a un peu de friction, mais même à grande vitesse, vous voyez? Si la vitesse est suffisamment faible, elle reste au fond de l'anneau. Ok? Donc, évidemment, s'il y a une première solution que nous voyons visuellement, Dans un second cas, il faut le trouver mathématiquement. Pour le trouver le second, nous aurons besoin des termes entre parenthèses ici pour être null. Ok? Ce qui signifie que, pour ce deuxième angle d'équilibre, θ_2 , le sinus de θ_2 sera égal à $\frac{g}{R\omega^2}$. Je suis positif, R aussi ω^2 , aussi. En regardant cela, vous me direz, mais ce n'est pas possible. Nous avons un cosinus négatif, mais oui, c'est un angle obtenu. Le cosinus est négatif par construction. Ok? D'autre part, ce que nous ne voulons pas, c'est que ce cosinus soit inférieur à moins un. C'est impossible, puisque le cosinus est borné négativement par moins un, borné positivement par un. Ok? Donc, si cet angle existe, nous pouvons le trouver. θ_2 sera l'arc cosinus de $\frac{g}{R\omega^2}$. Ok? Mais pour qu'il existe, nous avons besoin que le terme ici soit $\frac{g}{R\omega^2}$, pour être strictement supérieur, bien, inférieur à un, nous devons avoir $\frac{g}{R\omega^2} \leq 1$, être supérieur à moins un. Ok? Mais cela est vrai, si c'est seulement ainsi, $\frac{g}{R\omega^2}$ est supérieur ou égal à $\frac{g}{R\omega^2}$. Ok? Parce que la contrainte est que le cosinus est borné inférieurement par moins un, et par construction, car c'est un angle obtenu, il est strictement borné supérieurement par zéro. Ok? Donc, nous avons besoin d' ω , la vitesse angulaire, pour être plus grand ou égal à la racine de $\frac{g}{R}$. Sans cela, c'est la valeur du seuil. Nous pouvons montrer, nous ne le ferons pas aujourd'hui, mais nous pouvons montrer avec

notes

résumé



- Une bille glisse dans un anneau de rayon R en rotation à vitesse angulaire ω constante.
- Si la vitesse angulaire $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$, la bille reste au bas de l'anneau.
- Si la vitesse angulaire $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$, la bille oscille autour d'une autre position d'équilibre.

Dr. Sylvain Bréchet

6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

15 / 36

la théorie que nous verrons ensemble à l'entrée. Ok? Que la position d'équilibre est stable, celle où la vis est en bas, si la vitesse angulaire ω est inférieure à la racine de g sur r , à ce moment-là, le premier matériau se trouve au fond de la bague. Dès que cette vitesse atteint le seuil de la racine de g sur r , le fil monte. Ok? Et puis l'angle qu'il aura dépendra de la valeur de la vitesse angulaire. Ok? L'angle tend à quoi? Imaginons, c'est pratiquement impossible, que l'on tende la vitesse angulaire à l'infini. Ok? A ce moment-là, nous allons tendre θ à l'arccose de zéro, et l'arccose de zéro, ok? Ou si vous voulez, l'angle de l'arccose de zéro correspondra à l'angle de deux pistons. C'est-à-dire que le fil va monter et va vouloir tendre vers un angle où il est à la même hauteur que l'original. Ok? Donc, plus il monte, progressivement, asymptotiquement, vers ce point. Voyons voir, sans endommager l'appareil. Tu vois? Il monte lentement, progressivement. Je ne veux pas endommager l'appareil, je n'irais pas plus loin. Mais si la vitesse angulaire est assez grande, elle pourrait encore être augmentée, et nous tendrions asymptotiquement vers le but qui est ici, à la hauteur du sang. Ok? C'est intéressant, nous avons pris le problème, nous l'avons traité dans les coordonnées appropriées, nous avons vu la physique transparente de la description, et nous sommes arrivés à quelque chose de très intéressant, qui est un comportement avec deux types de positions d'équilibre. Clairement beaucoup plus intéressant que le mouvement d'un bloc sur un plan aplati.

notes

résumé

- Propriétés :

- ① Fil inextensible de masse négligeable : point matériel sans élasticité du fil

- ② Frottements négligeables : sans amortissement

- ③ Mouvement dans un plan vertical fixe : référentiel d'inertie de la terre

- Description mathématique : coordonnées polaires ρ et ϕ par rapport au référentiel d'inertie de la terre

- Contrainte géométrique : longueur du fil ℓ constante par rapport au point d'attache O

(6.23)



Passons maintenant à la description du pendule mathématique. Nous parlons de pendules mathématiques, par opposition aux pendules physiques. Pour décrire le mouvement d'un objet qui est similaire à un point matériel, une ligne est connectée, une ligne dont la longueur est constante. Nous allons donc supposer que l'élasticité de la ligne est nulle, et surtout que sa masse est négligeable, parce que si sa masse n'est pas négligeable, nous avons le comportement d'un équilibreur d'horloge, l'équilibreur, imaginez que vous avez une barre de métal, la barre de métal tourne, et donc vous devez décrire le changement d'orientation de la barre, Cela ne peut se faire qu'avec le modèle du solide, la déformation. Nous le ferons ensemble au chapitre 13, nous traiterons donc des pendules physiques. Et les résultats ne sont pas les mêmes, Donc pour l'instant, nous nous intéressons aux pendules mathématiques. Nous avons un point matériel attaché à une ligne, masse négligeable, il n'y a pas d'élasticité, nous supposons également que le frottement de l'air est négligeable et que la friction au point qui lui est attaché est également négligeable. Alors c'est vrai ? Oui ou non ? Si vous regardez ce pendule, l'amplitude est à peu près constante, si vous le regardez pendant un intervalle de temps assez court, si nous regardons le même pendule en 5 minutes, déjà avant, a ne bougera pas, d'accord ? Pourquoi ? Parce que le frottement de l'air aura une impasse, Donc, tout est une question d'échelle de temps. Et puis nous faisons une autre approximation qui nous semble tout à fait justifié, mais ce n'est pas autant que nous voulons le croire. C'est qu'on imagine qu'en lançant le pendule dans un avion C'est très vertical comme ça, Il continuera également dans ce plan vertical. C'est vrai ? Derrière, il y a une hypothèse. L'hypothèse est que la terre est une référence à l'inertie. La réalité montre que ce n'est pas vrai.

notes

résumé

57m 52s



- Propriétés :

- ❶ Fil inextensible de masse négligeable : point matériel sans élasticité du fil

- ❷ Frottements négligeables : sans amortissement

- ❸ Mouvement dans un plan vertical fixe : référentiel d'inertie de la terre

- Description mathématique : coordonnées polaires ρ et ϕ par rapport au référentiel d'inertie de la terre

- Contrainte géométrique : longueur du fil ℓ constante par rapport au point d'attache O

(6.23)



La terre tourne sur son axe. L'axe lui-même tourne dans le système solaire, le système solaire est en rotation dans notre galaxie et ainsi de suite. Okay ? Les référentiels d'inertie n'existent pas. Et donc si nous avons une longue ligne, une masse qui est assez grande, Je te passerai tout de suite en paroles, Dans ce cas, nous serons en mesure de présenter des preuves rotation de la Terre elle-même. C'est-à-dire que le plan vertical du pendule restera fixe. par rapport au plan du système solaire, mais comme la terre tourne en un sens, nous verrons le pendule tourner dans l'autre, pour comprendre ce qui se passe, au pôle nord ou au pôle sud, par exemple. Okay ? Un tel pendule est appelé pendule de Foucault. Nous ne nous y intéresserons donc pas maintenant. Nous le ferons au chapitre 11 de ce cours. Oui ? On pourrait faire ça. Je n'ai pas le pendule ici, mais si nous avons, par exemple, un pendule avec une petite barre, D'accord, qui est rigide, Là, nous pouvons faire le tour complet. Oui, bien sûr. Okay ? Donc ici, comme c'est une ligne, nous allons nous limiter. Nous ne pouvons guère aller au-dessus de la norme des degrés, Mais même la norme des degrés est un peu un défi, d'accord? En bref, nous allons en effet, nous serons en effet intéressés par des angles qui seront petits en premier, et nous verrons ce qui se passe pour les angles les plus importants. Mais nous pouvons imaginer la situation que vous décrivez, et en fait, nous serons intéressés par cela avec un pendule qui fera ce comportement dans l'exercice Une semaine après le retour, d'accord ?

notes

résumé

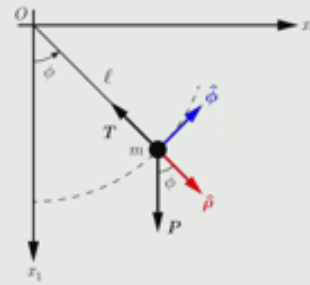
- Forces extérieures :

- Poids :

$$\vec{P} = m\vec{g} = m\mathbf{g}(\cos\phi\hat{\rho} - \sin\phi\hat{\phi})$$

- Tension :

$$\vec{T} = -T\hat{\rho} \quad (6.24)$$



- Loi du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (6.25)$$

- Accélération : coordonnées polaires et contraintes

$$(6.26)$$

- Equation du mouvement et équation de contrainte :

- selon $\hat{\rho}$:

$$(6.27)$$

- selon $\hat{\phi}$:

Dr. Sylvain Bréchet

6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

18 / 36

Donc, les propriétés, comme je l'ai dit, nous avons un problème matériel, l'élasticité de la ligne nuageuse, il n'y a pas d'amortissement, et nous regardons ce qui se passe dans une référence d'alphabétisation, On a un mouvement dans un plan fixe, d'accord ? Donc, évidemment, quand on parle de pendules, si nous aimons dessiner des bandes, nous ne pouvons pas arrêter de penser que le professeur se tourne seul Avec son petit pendule, d'accord ? Je ne dis pas que la mécanique de la mécanique le professeur tourne seul, même si parfois il y a des points communs, Mais pourquoi vous ai-je présenté le professeur en train de tourner seul sur cette diapositive ? Il y a une raison. Il y a un lien entre le professeur qui tourne seul et l'EPFL. Et oui, aussi étrange que cela puisse paraître, puisque le personnage créé par RG avait un modèle. Le modèle de ce personnage est autre qu'Auguste Picard, et si vous passez du midi au centriste, vous passez du futur de Picard à Auguste Picard. Auguste Picard, qui était aussi le grand-père de Bertrand Picard, qui était responsable du projet Solar Impulse, entre autres. Okay ? Donc, si vous regardez Auguste Picard, vous voyez sur Wikipedia sa tête, Tu verras bien, il a une tête très proche du personnage dessiné par RG. Pour décrire le mouvement de ce pendule, qui est en place dans un avion, qui sera fait sur un arc de cercle qui est à une distance constante du point d'attache, Nous allons évidemment prendre des coordonnées polaires. Okay ? Nous avons une coordonnée radiale qui sera constante, qui est la longueur du fil, et alors nous aurons un angle d'oscillation autour de la position d'équilibre qui est verticale. Okay ? Nous avons donc une contrainte géométrique qui est évidente. La coordonnée géométrique est la longueur L du fil. C'est une constante, ce qui est bon pour nous.

notes

résumé

61m 28s



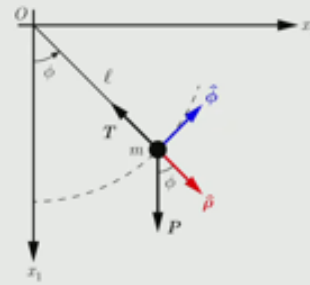
- Forces extérieures :

- Poids :

$$\vec{P} = m\vec{g} = m\mathbf{g}(\cos\phi\hat{\rho} - \sin\phi\hat{\phi})$$

- Tension :

$$\vec{T} = -T\hat{\rho} \quad (6.24)$$



- Loi du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (6.25)$$

- Accélération : coordonnées polaires et contraintes

$$(6.26)$$

- Equation du mouvement et équation de contrainte :

- selon $\hat{\rho}$:

$$(6.27)$$

- selon $\hat{\phi}$:

Dr. Sylvain Bréchet

6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

18 / 36

car alors la dérivée temporelle de la coordonnée radiale est nulle, il n'y a pas de vitesse radiale, et si nous le faisons à nouveau, il n'y a pas d'accélération radiale non plus. Okay ? Faisons donc une modélisation de tout cela maintenant. Okay ? Nous allons prendre un système d'axe cartésien pour commencer par, disons, un axe de l'axe OX1 orienté vers le bas, un axe de l'axe OX2 orienté vers la droite, nous aurions pu faire le contraire, ça n'a pas d'importance, parce que ce qui nous intéresse ici, ce sont les coordonnées polaires. Okay ? Nous avons notre point de masse-m matériel, attaché à la longueur L, qui est ici. On va prendre, c'est un choix, un angle positif vers la droite. Okay ? De la position d'équilibre verticale qui est ici. Voici notre angle de vue, Nous allons donc aligner le vecteur unitaire, le vecteur unitaire, la Fichapo, dans le sens croissant de l'angle de vue, quand nous aurons le vecteur unitaire, le capuchon rouge évidemment, qui est radial, orienté vers l'extérieur, L'angle de vue sera trouvé. Okay ? La première chose à faire, ce ne sera pas très compliqué, c'est d'exprimer les forces dans le repère que nous avons choisi. On commence par le poids, Ce poids sera MG, lorsque nous le projetons sur une ligne de coordonnées radiales, nous le projetons sur la cathode adjacente, nous aurons le cosinus Fichapo, et la projection sur la ligne de coordonnées azimutale se fait sur la cathode opposée, c'est fait ici, dans le sens opposé de Fichapo, nous aurons une Fichapo moins sine, puis la tension pour des raisons de symétrie, Il doit nécessairement être la longueur du fil. C'est vrai pour un matériau primaire, ce n'est pas vrai pour un solide indéformable, Je vous le montrerai plus tard au chapitre 13. mais pour un matériau primaire, c'est la longueur du fil. Okay ? Il est évidemment

notes

résumé

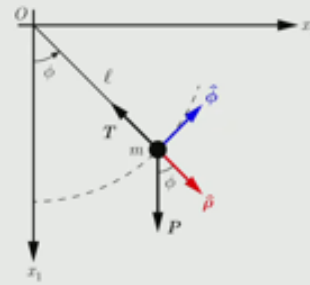
- Forces extérieures :

- Poids :

$$\vec{P} = m\vec{g} = m g (\cos\phi \hat{\rho} - \sin\phi \hat{\phi})$$

- Tension :

$$\vec{T} = -T\hat{\rho} \quad (6.24)$$



- Loi du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (6.25)$$

- Accélération : coordonnées polaires et contraintes

(6.26)

- Equation du mouvement et équation de contrainte :

- selon $\hat{\rho}$:

(6.27)

- selon $\hat{\phi}$:

orienté vers le point d'attache, puisqu'il tient le fil. S'il n'y a pas de tension, il y aura un mouvement balistique. Okay ? Donc, la tension T , sous la forme suivante, est moins T , égal au chapeau. Okay ? Écrivons la loi du mouvement. La somme des forces extérieures, c'est-à-dire le poids et la tension, C'est le produit de masse de l'accélération, d'accord ? Okay ? L'accélération des coordonnées polaires,

notes

résumé

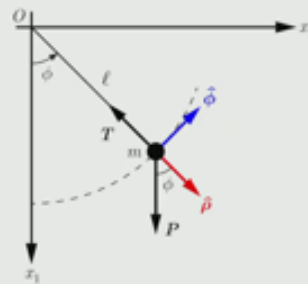
- Forces extérieures :

- Poids :

$$\vec{P} = m\vec{g} = m g (\cos\phi \hat{\rho} - \sin\phi \hat{\phi})$$

- Tension :

$$\vec{T} = -T\hat{\rho} \quad (6.24)$$



- Loi du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (6.25)$$

- Accélération : coordonnées polaires et contraintes

$$\vec{a} = -l\dot{\phi}^2 \hat{\rho} + l\ddot{\phi} \hat{\phi} \quad (6.26)$$

- Equation du mouvement et équation de contrainte :

- selon $\hat{\rho}$:

(6.27)

- selon $\hat{\phi}$:

Dr. Sylvain Bréchet

6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

18 / 36

est l'accélération de coordonnées cylindriques pour laquelle la coordonnée z est constante, $\dot{z}$ est nul, il y a donc quatre termes d'accélération, en théorie. Puisque dans le problème qui nous intéresse, ρ est constant, donc l'accélération radiale, $\ddot{\rho}$, il tombe. Et puis l'accélération de corrélation, Ces deux-là, $\dot{\rho}\dot{\phi}$, d'accord ? $\dot{\rho}$ est la vitesse radiale, elle est nulle, il tombe aussi. Donc, sur les cinq termes de l'accélération dans la coordonnée cylindrique, dans la coordonnée polaire, dans le problème qui nous intéresse, il n'y en a que deux. L'accélération centripète, le long du fil, et puis évidemment, l'accélération tangentielle, Okay ? Et c'est tout. Nous les écrivons, et remplacer les coordonnées ρ avec le L -long. Donc, nous aurons moins L , $\dot{\phi}^2$, fois le chapeau, l'accélération centripète, orientée vers l'origine, ainsi que l'accélération tangentielle, qui est L , $\ddot{\phi}$, fois ϕ chapeau, d'accord ? Donc, nous prenons maintenant le poids, La tension,

notes

résumé

65m 37s



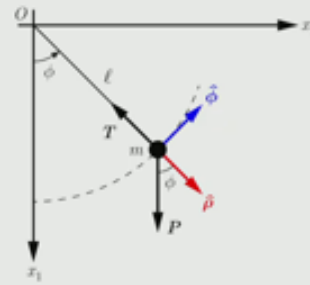
- Forces extérieures :

- Poids :

$$\vec{P} = m\vec{g} = m g (\cos\phi \hat{\rho} - \sin\phi \hat{\phi})$$

- Tension :

$$\vec{T} = -T\hat{\rho} \quad (6.24)$$



- Loi du mouvement :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \quad (6.25)$$

- Accélération : coordonnées polaires et contraintes

$$\vec{a} = -l\dot{\phi}^2 \hat{\rho} + l\ddot{\phi} \hat{\phi} \quad (6.26)$$

- Equation du mouvement et équation de contrainte :

- selon $\hat{\rho}$:

(6.27)

- selon $\hat{\phi}$:

L'accélération que nous substituons dans la loi de la motion, et nous le projetons

notes

résumé

66m 47s



- Tension dans le fil : (6.27) selon $\hat{\rho}$

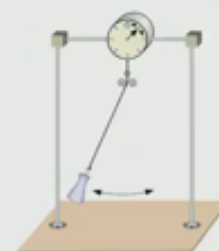
(6.28)

Lorsque le point matériel a un mouvement d'oscillation, la valeur de la tension T dans le fil augmente. Elle est plus grande en norme à la verticale en mouvement qu'à l'équilibre.

- Equation du mouvement : (6.27) selon $\hat{\phi}$

(6.29)

Le mouvement est indépendant de la masse m du point matériel.



selon la ligne de coordonnées. Donc, on prend la ligne de coordonnées radiales, d'accord ? Pour le poids, nous aurons $Mg \cos \phi$, les termes qui multiplient ρ -chapo, Pour la tension, nous aurons la moitié, et dans le bon membre, nous avons le produit de la masse pour l'accélération centripète, soit moins $ml \dot{\phi}^2$. Faisons le même exercice selon la ligne de coordonnées azimutales, d'accord ? Nous allons donc remplacer, Eh bien, nous allons projeter le poids, si nous projetons le poids, nous prenons le terme qui multiplie, ϕ -chapo, nous nous serons retrouvés avec moins $Mg \sin \phi$. Il n'y a pas de contribution de la tension, puisque celui-ci est radial, et dans le bon membre, nous avons le produit de la masse pour l'accélération tangentielle, soit $ml \ddot{\phi}$. Nous avons un problème bidimensionnel, nous avons un mouvement unidimensionnel C'est fait selon la ligne de coordonnées azimutales, d'accord ? Donc, si nous sommes radiaux, Nous avons une équation de contraintes. Cette équation des contraintes nous donne la norme de la tension, très simplement. Mais ce terme est intéressant,

notes

résumé

66m 51s

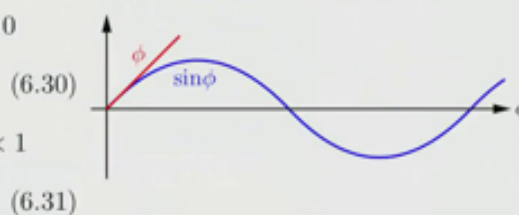


- Equation du mouvement : sans approximation

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi = 0 \quad (6.29)$$

- Angle d'équilibre :

pendule vertical $\sin \phi_0 = 0$



- Petites oscillations : $\phi \ll 1$

(6.31)

- Développement limité : $\sin \phi$ au 1^{er} ordre en ϕ autour de $\phi_0 = 0$

(6.32)

- Equation du mouvement : approximation des petites oscillations

(6.33)

parce que si nous écrivons la norme de la tension, nous trouvons M qui se multiplie $G \cos \phi$ plus $L \dot{\phi}^2$. Arrêtons-nous un instant. Et pour le visualiser, nous prendrons l'appareil qui est ici à gauche, et vous avez une vue sur le banc dynamométrique qui vous donne la norme de la tension dans la ligne. Dans l'état actuel, le pendule est vertical, la tension est verticale, il est égal et opposé au poids. Donc, ce que vous lisez ici à Newton, avec un facteur de 10, donc c'est environ 1 fois 10, c'est 10 Newton, d'accord ? 10 Newton correspond au poids de l'objet, d'accord ? Donc maintenant, si je prends la masse et que je la jette, vous voyez que la valeur diminue, pourquoi ? Parce que le composant qui apparaît ici est la projection du poids sur l'axe vertical. C'est $Mg \cos \phi$, d'accord ? La valeur est donc plus basse que la valeur que nous avons au début. Pour un angle qui est... Pour un angle non linéaire. Donc maintenant, si je laisse le pendule osciller, ce que vous verrez, c'est que la valeur sera en fait supérieure à 10 Newton lorsque la ligne passe par la position d'équilibre. Regarde bien, tu vois ? Il augmente d'une manière si importante. Okay ? Pourquoi ? Si l'on regarde l'expression que nous avons obtenu pour la tension, il y a deux termes. Il y a $Mg \cos \phi$, d'accord ? Mg lorsque ϕ est égal à 0, qui est inférieur à Mg lorsque ϕ est supérieur à 0. Et puis quand nous passons par la position d'équilibre, nous aurons $Mg \cos 1$, et puis nous aurons $M L \dot{\phi}^2$. C'est le composant lié à la force centrifuge dans la référence accélérée de la masse en mouvement, ok ? Nous devons compenser avec l'aide de la tension qui se fait sur une trajectoire qui est un

notes

résumé

68m 4s



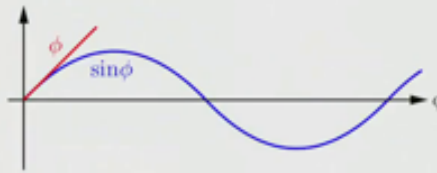
- Equation du mouvement : sans approximation

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi = 0 \quad (6.29)$$

- Angle d'équilibre :

pendule vertical $\sin \phi_0 = 0$

(6.30)



- Petites oscillations : $\phi \ll 1$

(6.31)

- Développement limité : $\sin \phi$ au 1^{er} ordre en ϕ autour de $\phi_0 = 0$

(6.32)

- Equation du mouvement : approximation des petites oscillations

(6.33)

arc de serp. Nous voyons donc qu'en régime dynamique, nous avons une tension qui est plus élevée que celle du régime statique. Okay ? Tu te sens si bien. Parce que si vous prenez un objet, attachez un fil, et tu tournes ta main, vous verrez que plus vous le tournez rapidement, d'autant plus que le fil passe par la verticale, La force sera relevée, parce que ce que tu ressens avec ta main, C'est la tension dans le fil. Okay ? Alors, c'est parti. Si nous revenons à la deuxième équation maintenant, la deuxième équation 6.27, C'est l'équation du mouvement. Ici, comme d'habitude, pour le reformer, la première étape, Il est divisé par la masse. Faisons-le. Nous avons mis tous les termes du même côté. Nous aurons, $\phi.1$ Tiens. Il y a une manifestation paranormale. Non, c'est assez physique. Je vais simplement remettre le fil à la verticale. Donc, nous mettons $\phi.1$ plus g sur l , $\sin \phi$, qui est égal à zéro. Donc, première observation, C'est super. Si nous regardons cette équation, Où est la masse ? Il a disparu. Donc, si je prends deux pendules de même longueur, avec des masses complètement différentes, que je quitte avec le même angle initial, Eh bien, nous verrons le même mouvement synchronisée. Et c'est ce que nous allons faire maintenant. Okay ? Vous avez une masse ici qui est de 700 grammes, L'autre, c'est 50 grammes. Puis-je demander à l'un d'entre vous pour juste venir et prendre ces boules à la main, et voir la différence Entre les deux boules qui sont là. Tiens. Ecoute. Celui-ci est très léger, il fait 50 grammes. C'est léger, vous êtes d'accord. Et celui-ci, qui est à l'aplomb, C'est beaucoup plus lourd. Il y a une grande différence. Ce n'est pas seulement de la prestigiation, c'est vraiment physique. Okay ? Il n'y a pas de tricherie. C'est comme dans les spectacles. En général, nous

notes

résumé

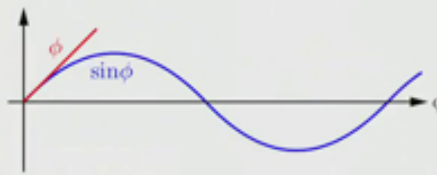
- Equation du mouvement : sans approximation

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi = 0 \quad (6.29)$$

- Angle d'équilibre :

pendule vertical $\sin \phi_0 = 0$

(6.30)



- Petites oscillations : $\phi \ll 1$

(6.31)

- Développement limité : $\sin \phi$ au 1^{er} ordre en ϕ autour de $\phi_0 = 0$

(6.32)

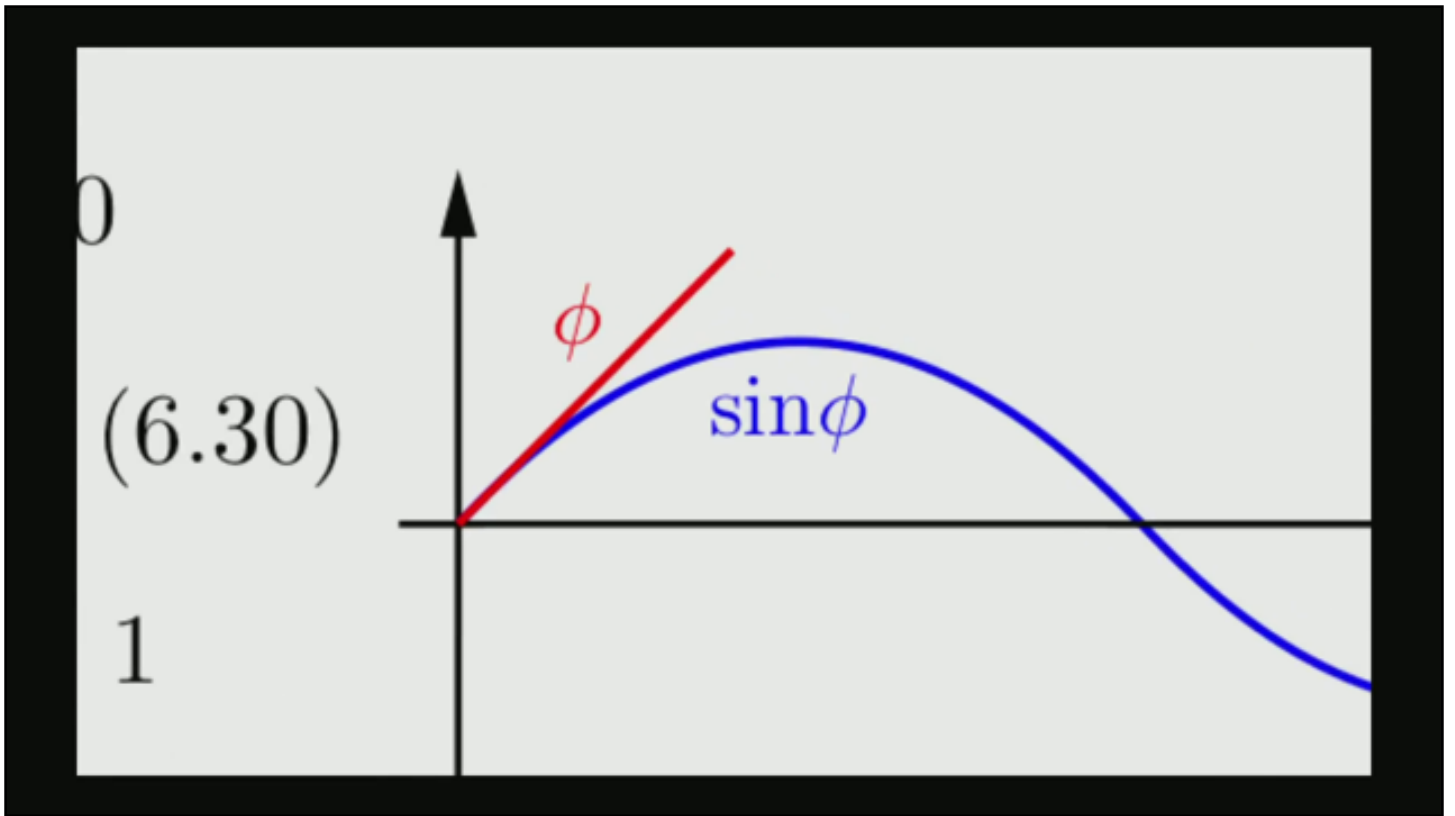
- Equation du mouvement : approximation des petites oscillations

(6.33)

demandons à quelqu'un dans la salle pour montrer qu'il n'y a pas de tricherie. Okay ? Alors regardez. Je vais leur donner le même angle d'inclinaison initial. Okay ? Tu vois ? C'est le même mouvement. a ne dépend pas de la masse. Okay ? Alors, rappelez-vous, Il y avait des masses de 700 et 50 grammes. Il y a un facteur 14 entre les deux masses. Okay ? Bon, continuons. L'équation du mouvement que nous avons C'est une équation qui ressemble un peu à l'équation d'un mouvement harmonique-siatoïde. Pas exactement. Nous aimerions pour avoir l'angle sinus de l'angle. Nous avons l'angle. Comment avoir l'angle sinus de l'angle? Nous devons regarder ce qui se passe dans les limites de l'angle. Okay ? Et c'est ce que nous allons faire

notes

résumé



ensemble maintenant. Alors, rappelez-vous, si nous prenons la fonction sinusoïdale, dont le graphique est ici donné en bleu, Vous avez donc une période ici. Et puis vous le comparez avec le graphe de l'angle lui-même. De toute évidence, un droit de Pant 1, qui est là. Si vous comparez ces deux graphes, le graphe rouge et le graphe bleu, vous voyez que pour un petit angle, Je vais zoomer. Vous ne pouvez pas les distinguer.

notes

résumé

73m 36s

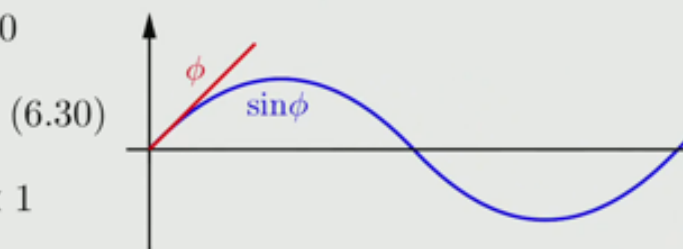


- **Equation du mouvement : sans approximation**

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi = 0 \quad (6.30)$$

- **Angle d'équilibre :**

pendule vertical $\sin \phi_0 = 0$



- **Petites oscillations : $\phi \ll 1$**

(6.31)

- **Développement limité : $\sin \phi$ au 1^{er} ordre en ϕ autour de $\phi_0 = 0$**

(6.32)

Ce n'est pas possible. Okay ? Pourquoi ? Parce que leurs valeurs sont si proches.

notes

résumé

74m 8s



- Equation du mouvement : approximation des petites oscillations

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \phi = 0 \quad (6.33)$$

- Mouvement harmonique oscillatoire : angulaire

(6.34)

- Pulsation et période : oscillation

ainsi

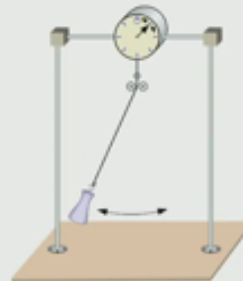
(6.35)

- Abscisse curviligne :

(6.36)

- Mouvement harmonique oscillatoire : curviligne

(6.37)



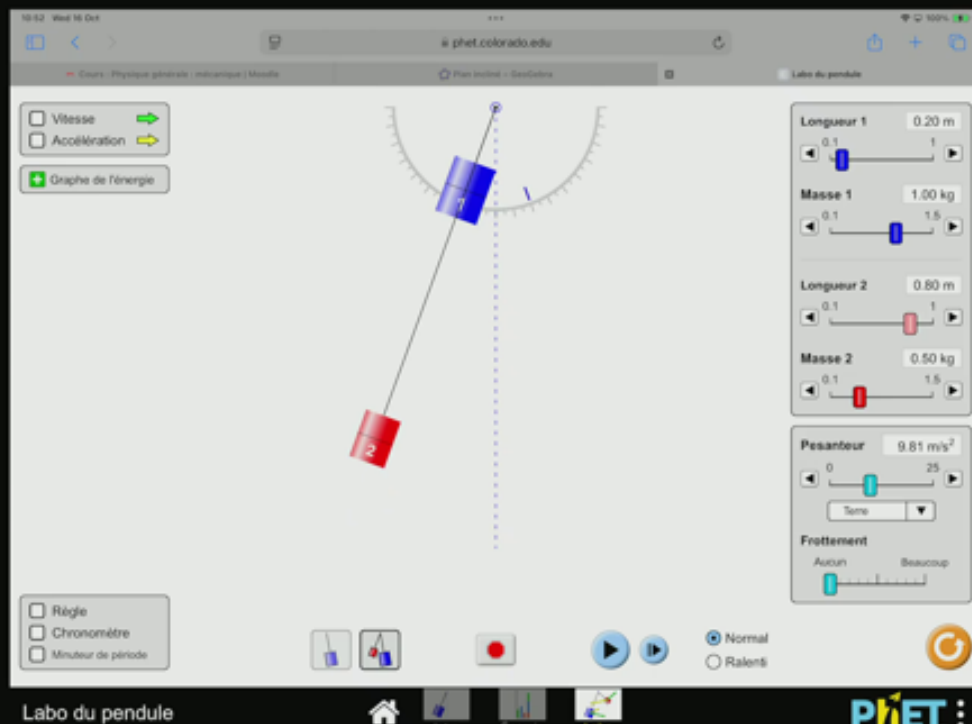
Donc, si nous prenons un petit angle, nous serons en mesure de nous approcher le sinus de l'angle par l'angle lui-même. Okay ? Parce que nous savons très bien que la position d'équilibre nous voyons ici à l'oeil est la position verticale. La position d'équilibre est celle pour laquelle le sinus de ϕ_0 est égal à 0. Okay ? Et ainsi, ϕ_0 doit être égal à 0. Pourquoi je dis ça ? Parce que si nous prenons l'équation qui est ici, nous remplaçons le ϕ par ϕ_0 , nous sommes à la balance, ϕ_0 , donc le sinus de ϕ_0 est 0,0, donc pour le sinus de ϕ_0 à 0, il doit être 0,0, ϕ_0 lui-même doit être 0. Okay ? Donc, maintenant, dans les limites de la petite oscillations, graphiquement, Nous nous convainquons facilement que le sinus de ϕ est égale à ϕ . Mais si nous avons un esprit analytique Nous préférons avoir un peu algèbre dans nos mains, nous pouvons encore développer un développement limité dans le premier ordre et écrire que le sinus de ϕ Donc, quand nous le faisons algébriquement, quand nous le faisons géométriquement, nous obtenons le même résultat. L'équation du mouvement dans la limite où l'angle est petit, dans la limite de la petite C'est une approximation, c'est l'équation du mouvement. Et puis le suivant, ϕ .point plus g sur l , qui se multiplie, est égal à zéro. Très bien.

notes

résumé

74m 15s





Donc, celui-ci, nous pouvons le voir ici. Je vais prendre un petit angle, prenons un angle de 20 degrés. Attends, je dois mettre ça en pause. Prenons un angle de 20 degrés. Et ensuite nous allons prendre une longueur initiale pour le premier pendule qui sera 0,2 mètre. Et donc, nous allons prendre le deuxième 0,8 mètres.

notes

résumé

77m 53s



- Equation du mouvement : approximation des petites oscillations

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \phi = 0 \quad (6.33)$$

- Mouvement harmonique oscillatoire : angulaire

$$\ddot{\phi} + \omega^2 \phi = 0 \quad (6.34)$$

- Pulsation et période : oscillation

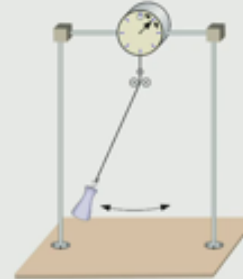
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \text{ainsi} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (6.35)$$

- Abscisse curviligne :

$$(6.36)$$

- Mouvement harmonique oscillatoire : curviligne

$$(6.37)$$



Et donc, quatre fois plus longtemps. Regarde-moi ça. Pour le cycle d'oscillation d'un second pendule, vous allez avoir deux cycles d'oscillations Sans voir l'œil très facilement. Ainsi, la période d'un pendule est proportionnelle à la racine carrée de sa longueur. Donc, nous allons revenir à cette application pour voir la limite des petites oscillations, Ce qui sera également très intéressant.

notes

résumé

78m 17s



- Equation du mouvement : générale

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi = 0 \quad (6.33)$$

- Astuce : équation du mouvement multipliée par $\dot{\phi}$

$$(6.38)$$

- Equation différentielle : (6.38) multipliée par dt

$$(6.39)$$

- Conditions initiales : angle et vitesse angulaire

$$(6.40)$$

- Intégration : (6.40) par rapport au temps implicitement

$$(6.41)$$

OK. Ceux d'entre vous qui sont puristes me diront que lorsque nous avons un mouvement oscillatoire, on écrit une coordonnée de position le long d'un axe. Donc, ici, nous avons une trajectoire qui est un arc de cercle. Donc, la coordonnée est l'axe curviligne. Donc, nous devrions trouver un mouvement oscillatoire harmonique en termes d'axe curviligne. Alors, comment on fait ça ? Eh bien, nous devons nous rappeler que pour un arc de cercle, l'axe curviligne est le rayon qui est la longueur du fil, fois l'angle. Et donc, maintenant, si nous tirons ces deux temps par rapport au temps, nous trouverons que l'accélération le long de cette trajectoire, qui est la dérivée seconde de l'axe curviligne, sera la longueur constante multipliée par l'accélération angulaire ϕ . Donc, si vous prenez l'équation qui est ici, que vous multipliez par la longueur L , vous trouverez que la dérivée seconde, par rapport à l'axe de la curviligne, plus ω^2 fois l'axe de la curviligne, est égal à zéro, qui vous montre que si l'angle est petit et l'arc de cercle peut être approximatif, Par le segment, nous avons vraiment un mouvement oscillatoire harmonique. C'est pourquoi l'angle doit être petit. OK?

notes

résumé

78m 49s



- Equation du mouvement : générale

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi = 0 \quad (6.33)$$

- Astuce : équation du mouvement multipliée par $\dot{\phi}$

$$\dot{\phi} \ddot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi \dot{\phi} = 0 \quad (6.38)$$

- Equation différentielle : (6.38) multipliée par dt

$$\dot{\phi} d\dot{\phi} + \frac{g}{\ell} \sin \phi d\phi = 0 \quad \text{où} \quad d\dot{\phi} = \ddot{\phi} dt \quad \text{et} \quad d\phi = \dot{\phi} dt \quad (6.39)$$

- Conditions initiales : angle et vitesse angulaire

$$(6.40)$$

- Intégration : (6.40) par rapport au temps implicitement

$$(6.41)$$

Donc, ce que nous aimerions faire maintenant, et ce n'est pas facile, n'est pas seulement de trouver la période d'oscillation dans la limite des petites oscillations, nous voulons la période d'oscillation générale. Ce que nous voyons en ce moment, vous pouvez le voir à l'œil nu, si vous prenez un petit angle, vous mesurez la période, et maintenant vous prenez un grand angle, vous mesurez aussi la période, et c'est plus long. OK? La question est : quelle est cette période ? Donc, nous ne pouvons pas approximer les petits angles, cela ne fonctionne plus. La courbure jouera un rôle. Donc, pour y arriver, il faudra partir de l'équation générale du mouvement et l'intégrer. Pour l'intégration, par rapport au temps, il faut nécessairement avoir des dérivés internes qui apparaissent. Donc, prenons ici le sinus, lorsque nous dérivons par rapport au sinus, nous avons le cosinus de l'angle, et puis nous avons la dérivée interne qui dérive de l'angle par rapport à un point phi. Donc, ce que nous allons faire, c'est multiplier par le point phi. Ce que nous avons déjà fait, en fait, la semaine dernière, pour le problème PoC sur le disque de rotation. Donc, nous aurons phi point phi point plus G sur L fois le sinus de phi fois phi point, qui est égal à zéro. Et puis, nous allons utiliser un truc que nous avons également utilisé la semaine dernière, nous allons multiplier par l'été, et phi point est par définition phi point fois l'été. Et de même, phi est par définition phi point fois l'été. Donc, si nous multiplions par été, nous pouvons mettre les équations différentielles sous la forme suivante. Nous avons des temps de phi phi point, d'accord ? Plus G sur L fois sinus de phi fois phi, qui est égal à zéro. Okay ?

notes

résumé

80m 4s



- Intégration :

$$\int_0^{\phi} \dot{\phi}' d\phi' + \frac{g}{\ell} \int_{\phi_0}^{\phi} \sin \phi' d\phi' = 0 \quad (6.41)$$

- Intégrale du mouvement :

(6.42)

- Vitesse angulaire :

(6.43)

- Intervalle de temps infinitésimal :

(6.44)

Donc, maintenant que nous avons obtenu ce résultat, nous aimerions l'intégrer. Nous aimerions l'intégrer par rapport au temps. De l'instant initial zéro à l'instant t. Nous avons besoin de conditions initiales, d'une condition initiale sur l'angle et d'une condition initiale sur la vitesse angulaire. Lorsque nous voulons déterminer la période, que faisons-nous? Nous prenons le pendule, nous l'inclinons dans un angle phi et nous le libérons sans vitesse initiale. C'est ce qu'on va faire. Nous allons prendre un angle initial phi de zéro, qui est égal à phi zéro. Et nous allons prendre une vitesse angulaire initiale phi de zéro, qui est égale à zéro. Okay ? Alors, maintenant, nous écrivons nos intégrands, qui sont ici. Nous ajoutons, pour les mêmes raisons que nous avons déjà mentionnées, 10 fois premier. Donc, nous avons phi zéro prime times phi prime, d'accord? De plus, je suis sûr que je vais laisser volontairement un peu de place pour le symbole intégral. Nous avons le sinus de phi prime, phi prime, et nous les intégrons par rapport au temps. À partir du temps initial, où la variable que nous intégrons est le point phi, que nous évaluons en zéro, point phi, zéro, zéro, jusqu'au point phi, nous évaluons à l'instant t. Au cours du deuxième trimestre, nous intégrons ces langages. De l'angle initial phi zéro à l'angle à l'instant t, qui est phi. Okay ? C'est la structure de notre integrant.

notes

résumé

82m 1s



- Intervalle de temps infinitésimal :

$$dt = \sqrt{\frac{\ell}{2g}} \frac{d\phi}{\sqrt{\cos \phi - \cos \phi_0}} \quad (6.44)$$

- Temps : intégrale elliptique

(6.45)

Initialement, la position angulaire du pendule est ϕ_0 et au bout d'un quart de période d'oscillation, le pendule se trouve à la verticale en $\phi = 0$. La période d'oscillation T est la somme de quatre quarts de période identiques.

- Période : oscillation

(6.46)

Donc, pour le résoudre, la primitive de la variable est la moitié de la variable au temps t . Okay ? Dans un temps constant. Lorsque nous intégrons entre zéro et point ϕ , nous nous retrouvons donc avec, à la suite de la première intégrale du membre gauche, la moitié du point ϕ à l'instant t . Pour le deuxième terme, nous devons nous rappeler que l'intégrale du sinus est l'opposé du cosinus, d'accord ? Nous intégrons ici entre ϕ_0 et ϕ . Ainsi, nous nous retrouverons avec moins g sur ℓ fois le cosinus de ϕ moins le cosinus de ϕ_0 . Donc, en regardant cela, vous pouvez dire, mais nous voulons trouver une période. Où est la période ? Il n'y a pas de période. Il n'y a pas de temps. Eh bien, oui, il y a du temps. Mais c'est caché. Il est caché dans la définition de la vitesse angulaire. La vitesse angulaire est le défi de l'été. $\dot{\phi}$ Point est le défi de l'été. Okay ? Alors, écrivons ceci. $\dot{\phi}$ Point est le défi de l'été. Oui, mais $\dot{\phi}$ point, nous pouvons le tirer de la relation qui est là. Nous prenons le mandat, le deuxième mandat du député de gauche que nous plaçons dans le député de droite, On multiplie par deux et on prend une racine carrée. Nous nous retrouverons donc avec la racine carrée de deux g sur ℓ , qui multiplie la racine carrée du cosinus de ϕ moins le cosinus de ϕ_0 . Okay ? Ce que nous voulons, c'est l'intervalle du temps infinitésimal de l'été. Et l'été est la racine carrée de ℓ sur g fois la racine carrée de ϕ moins le cosinus de ϕ_0 .

notes

résumé

83m 33s



- **Période** : oscillation

$$T = 4 \sqrt{\frac{\ell}{2g}} \int_{\phi_0}^0 \frac{d\phi'}{\sqrt{\cos \phi' - \cos \phi_0}} \quad (6.46)$$

La résolution de cette intégrale elliptique fait notamment intervenir les polynômes de Legendre.

- **Période exacte** : fonction paire de ϕ_0 par symétrie

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{(2n)!}{(2^n n!)^2} \right)^2 \sin^{2n} \left(\frac{\phi_0}{2} \right) \right] \quad (6.47)$$

- **Période approximée** : développement limité en ϕ_0

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left(1 + \frac{1}{16} \phi_0^2 + \frac{11}{3072} \phi_0^4 + \mathcal{O}(6) \right) \quad (6.48)$$

Alors maintenant, ce que nous recherchons, c'est le temps. Pour trouver le temps t , nous allons intégrer les intervalles de temps infinitésimal de l'été. Je terminerai avec cette description jusqu'à la fin de la diapositive, puis nous répondrons à la question. Okay ? Ainsi, le temps t est la somme des intervalles de temps infinitésimal de l'été de printemps de zéro à t . Okay ? Donc, nous mettons la constante en évidence qui est le cosinus de l sur g . Nous aurons l'intégrale de quoi ? De ϕ premier sur la racine carrée du cosinus de ϕ moins le cosinus de ϕ zéro. Pour intégrer le temps initial où le ϕ initial de ϕ zéro est le même que le ϕ de ϕ , Nous écrivons simplement ϕ de t et ϕ de ϕ . Okay ? Je vais écrire ϕ de t . Donc, pour terminer la description, si je prends un certain angle ϕ zéro et que je regarde l'intervalle de temps qui va du temps initial zéro au temps où le pendule passe par la verticale, J'ai un quart de période. Le premier quart est le sinus du premier quart. De manière symétrique, c'est le deuxième trimestre. Ensuite, nous avons le troisième quart-temps et nous finissons avec le quatrième quart-temps. Il n'y a pas de friction. Donc, toutes ces périodes trimestrielles sont équivalentes. On peut donc dire que la période de grande oscillation est de quatre fois le quart de la période de l'oscillation. Palais. Donc, c'est quatre fois la racine carrée de L sur $2g$ fois l'intégrale de quoi ? De ϕ zéro à quoi ? Zéro, puisque nous passons par la verticale, l'angle est zéro. Ensuite, nous avons l'intégrale du premier ϕ sur la racine carrée du cosinus de ϕ prime. moins le cosinus de ϕ zéro. Alors, je vous propose de prendre la pause et après la pause, je vais vous montrer le résultat de cette intégrale Ce

notes

résumé

85m 20s



- **Période** : oscillation

$$T = 4 \sqrt{\frac{\ell}{2g}} \int_{\phi_0}^0 \frac{d\phi'}{\sqrt{\cos \phi' - \cos \phi_0}} \quad (6.46)$$

La résolution de cette intégrale elliptique fait notamment intervenir les polynômes de Legendre.

- **Période exacte** : fonction paire de ϕ_0 par symétrie

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{(2n)!}{(2^n n!)^2} \right)^2 \sin^{2n} \left(\frac{\phi_0}{2} \right) \right] \quad (6.47)$$

- **Période approximée** : développement limité en ϕ_0

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left(1 + \frac{1}{16} \phi_0^2 + \frac{11}{3072} \phi_0^4 + \mathcal{O}(6) \right) \quad (6.48)$$

qui est tout sauf simple. Je voudrais faire deux remarques rapides, puis je vous présenterai rapidement une expérience. dont nous parlerons plus loin dans la troisième partie de ce cours. La première remarque que je voudrais faire rapidement, nous nous sommes dit, oui, si nous regardons b dans l'anneau lorsqu'il monte, il n'atteint pas immédiatement la position d'équilibre. Pourquoi ? Parce qu'il y a des frictions et qu'il y a encore un peu d'énergie supplémentaire. Donc, il y aura un mouvement harmonique oscillatoire autour de la position d'équilibre que nous pouvons décrire en disant que nous avons un nouvel équilibre, disons $\theta = 0$. Et nous disons que le sinus de θ est le sinus de $\theta = 0$ plus α . Nous utilisons la formule d'une somme de deux angles et là nous utilisons le développement limité. qui remplace le sinus de α par α , le cosinus de α par 1. Et nous pouvons montrer que nous avons un mouvement harmonique oscillatoire. La deuxième remarque que je voulais faire, il va revenir, je l'ai perdu. Mais oui, c'est la deuxième remarque. Nous allons maintenant voir le fonctionnement d'un moteur, nous en parlerons plus tard, qui est le moteur de la dépression. Et vous avez ici le spécialiste du moteur à la dépression. Je vais le laisser manipuler. Ce n'est pas facile. Je vais passer la parole à Pierre. En fait, ce qui est spécial, c'est que cela fonctionne, au lieu d'avoir le temps du moteur, le temps du moteur n'est pas sur une détente de gaz, mais sur une contraction de gaz. Le moteur va exploser une flamme, puis il y a la contraction et c'est l'heure du moteur. C'est pour ça qu'on l'appelle le moteur de la dépression. Il n'est pas lié à la dépression. Et la dépression, oui, ce n'est pas non plus une dépression sur le plan psychologique. Non, c'est simplement une dépression qui se fait avec une aspiration

notes

résumé

- **Période** : oscillation

$$T = 4 \sqrt{\frac{\ell}{2g}} \int_{\phi_0}^0 \frac{d\phi'}{\sqrt{\cos \phi' - \cos \phi_0}} \quad (6.46)$$

La résolution de cette intégrale elliptique fait notamment intervenir les polynômes de Legendre.

- **Période exacte** : fonction paire de ϕ_0 par symétrie

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{(2n)!}{(2^n n!)^2} \right)^2 \sin^{2n} \left(\frac{\phi_0}{2} \right) \right] \quad (6.47)$$

- **Période approximée** : développement limité en ϕ_0

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left(1 + \frac{1}{16} \phi_0^2 + \frac{11}{3072} \phi_0^4 + \mathcal{O}(6) \right) \quad (6.48)$$

caractéristique. Ce que vous entendrez, c'est que lorsque la dépression est faite à l'intérieur du cylindre, que le piston est aspiré, il est solide à partir d'une bougie fixée sur un volant, qui fait tourner le volant avec le mouvement de la bougie. Vous avez un mouvement horizontal de la bougie et du piston et un mouvement de rotation. Tiens. Pierre, je vois que le modèle a progressé par rapport à l'année dernière. Je l'ai accordé.

notes

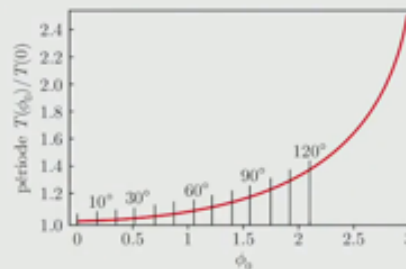
résumé

- Période approximée : petites oscillations $\phi_0 \ll 1$

(6.49)

Table – Termes correctifs

ϕ_0	$\frac{1}{16} \phi_0^2$	$\frac{11}{3072} \phi_0^4$
10°	0.19 %	0.003 %
20°	0.76 %	0.005 %
30°	1.7 %	0.027 %
60°	6.9 %	0.43 %
90°	15 %	2.2 %
120°	27 %	6.9 %



- On constate numériquement que l'approximation des petites oscillations est bonne environ pour un angle initial $\phi_0 < 20^\circ$.



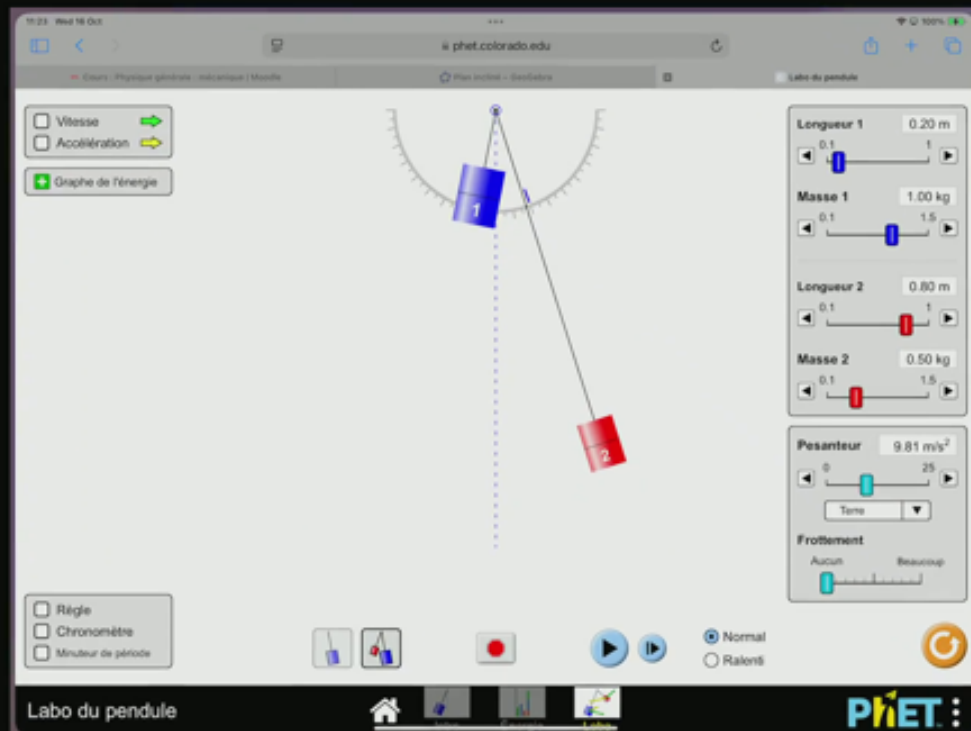
Okay ? a va de ϕ_0 à moins ϕ_0 . Peu importe que ce soit ϕ_0 ou moins ϕ_0 , cela ne change rien dans la période. C'est pour ça qu'on a une perte de puissance. Donc, je fais cela avec les détails qui nous permettent d'obtenir cette formule. Ce qui nous intéresse, ce sont les premiers termes qui apparaissent. Okay ? Nous développons un développement limité. Nous allons passer à l'ordre 4. Le terme ordre 0 est 1. Nous allons donc découvrir ce que nous savions déjà. Et nous avons une première correction qui est encore tout à fait... C'est quand même sympa. C'est un 16ème de ϕ_0 au carré. Nous avons un deuxième terme correctif, en ϕ_0 à la puissance 4, qui, pour le moment, est moins facile à deviner, puisque le coefficient est toujours le 11.000, 3.072ème. Okay ? Et si vous regardez les coefficients qui suivent, ils sont absolument incroyables, et surtout, ils sont tous ridiculement petits, la raison pour laquelle nous n'allons pas en discuter ensemble. Alors pourquoi je vous ai montré ce résultat ? Quel est l'objectif derrière cela ? L'objectif est d'essayer d'évaluer ensemble l'applicabilité de l'approximation des petites oscillations autour de la position d'équilibre.

notes

résumé

90m 48s





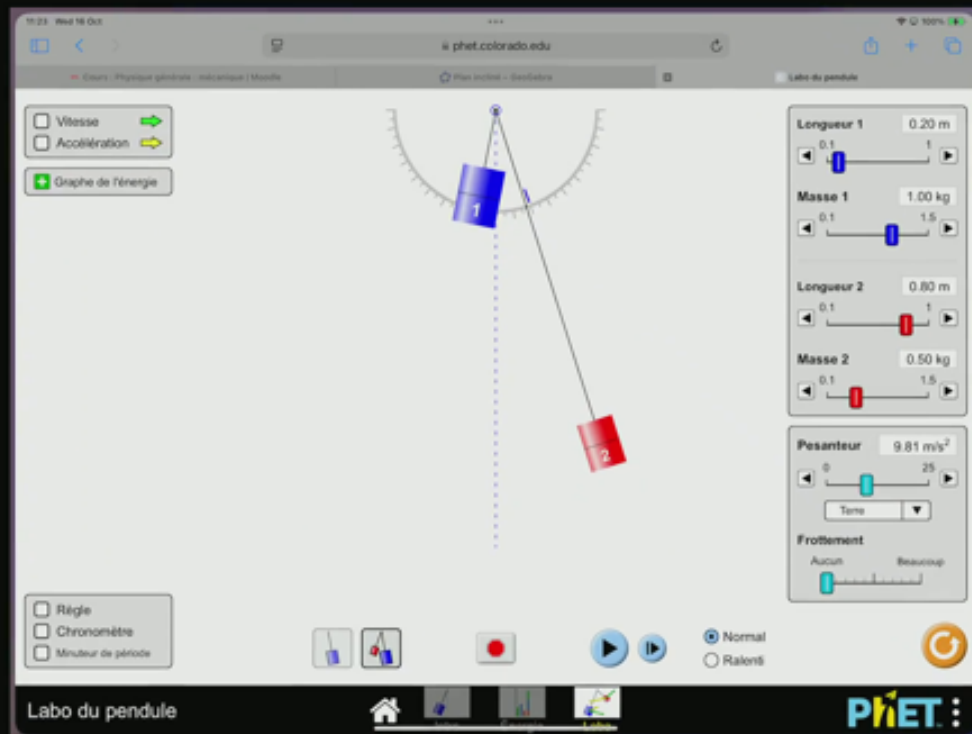
Okay ? Pour ce faire, il y a une table qui donne les corrections liées aux deux premiers termes correctifs qui sont ici. Okay ? Vous avez ici sur un graphique la période pour un angle d'oscillation initial ϕ_0 au carré. Okay ? Par rapport à la période que nous aurions pour un angle nul. Donc, quand nous disons angle zéro, nous voulons dire un petit angle, qui va être zéro, avec une période qui est celle que nous trouvons vraiment dans les limites des petites oscillations. Okay ? Donc pour un angle de 10° , ce n'est pas une norme. 10° , c'est quelque chose comme ça. Okay ? Environ. Okay ? Pour un angle de 10° , le premier terme correctif est de l'ordre de 0,02%. Le deuxième terme correctif est 0,003 %. Ce n'est rien du tout, c'est anecdotique. Okay ? Pour un angle de 20° , Nous nous rapprochons du pourcentage. Nous sommes à 0,75%, un peu plus de 76%. Okay ? Et puis le deuxième terme correctif est le terme anecdotique, 0,005%. Si nous voulons quelque chose de précis, une précision de l'ordre du pour cent, a commence à être important. Donc, si vous travaillez chez Rolex, c'est plus que cela. Mais disons que pendant une période raisonnable, une correction de l'ordre du pour cent C'est quelque chose de raisonnable à demander. On peut donc dire que pour un angle initial, qui est dans un domaine qui va de zéro à 20° , nous avons un résultat très bien décrit par l'approximation des angles dans la limite des petites oscillations. Okay ? Pour 30° , le premier terme correctif nous donne déjà une correction de près de 2%, la seconde est anecdotique. Pour 60° , c'est beaucoup plus marqué, c'est 7% pour le premier terme correctif, Près de la moitié pour le second. Et pour un angle de 120° , ce qui est énorme, nous avons une correction qui est supérieure à la

notes

résumé

92m 46s





valeur initiale. Donc pour 90° , on a une correction de 15 à 20%. Nous pouvons donc voir qu'entre la limite des petites oscillations, qui est 1, avec une certaine période, si nous prenons la période pour un angle de 90° , nous voyons que c'est plus long. Okay ? Et voilà. Je suggère donc que nous visualisions cela ensemble,

notes

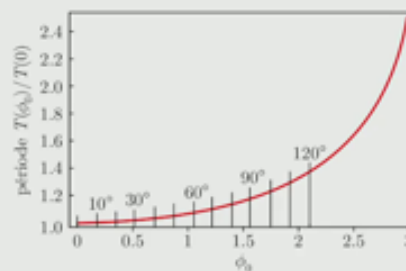
résumé

- Période approximée : petites oscillations $\phi_0 \ll 1$

(6.49)

Table – Termes correctifs

ϕ_0	$\frac{1}{16} \phi_0^2$	$\frac{11}{3072} \phi_0^4$
10°	0.19 %	0.003 %
20°	0.76 %	0.005 %
30°	1.7 %	0.027 %
60°	6.9 %	0.43 %
90°	15 %	2.2 %
120°	27 %	6.9 %



- On constate numériquement que l'approximation des petites oscillations est bonne environ pour un angle initial $\phi_0 < 20^\circ$.



Dr. Sylvain Bréchet

6 Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

27 / 36

toujours grâce au petit robinet que nous avons utilisé plus tôt. Donc, vous verrez que si nous prenons, disons, un angle de 20°, puis un autre angle de 10°, nous synchronisons les mouvements, ils passeront par la verticale, à peu près au même moment, si les longueurs des pendules sont les mêmes, bien sûr. Nous allons donc prendre des longueurs égales, là, et nous regardons ce qui se passe. C'est parfaitement synchronisé. Okay ? Tout va bien. Nous sommes à la limite des petites oscillations. D'autre part, si nous prenons un angle de 60°, et comparons un angle de 20°, là, nous prenons un angle de 20°, ici, nous le relâchons en même temps, vous voyez qu'il est bien synchronisé. Okay ? C'est clairement moins bon. Okay ? Pourquoi ? En effet, l'angle est plus grand, la limite des petites oscillations, il ne s'applique plus, et donc la période est différente. Sur une ou deux oscillations, ça n'a pas l'air trop, mais faites ceci sur 10, 20, 30, 50 oscillations, Là, ça ne prend absolument pas de temps. Okay ? Donc ça va assez vite. Cette animation, si vous voulez l'avoir lente, cliquez sur ce bouton, Si vous êtes patient, Vous pouvez vraiment voir ce qui se passe. Malheureusement, il n'y a pas de curseur sur la vitesse du lent, Ce qui aurait été sympa, parce qu'ici ça devient très très très lent. Okay ? Le voici. Quoi qu'il en soit, le voici. Okay ?

notes

résumé

95m 20s



6.3 Travail, énergie cinétique et puissance

6.3.1 Intégrale du mouvement

6.3.2 Travail

6.3.3 Énergie cinétique

6.3.4 Théorème de l'énergie cinétique

6.3.5 Puissance

C'est tout pour cette discussion du pendule mathématique, Okay ?

notes

résumé

96m 56s



- **Intégrale du mouvement** : le travail $W_{1 \rightarrow 2}(\mathbf{F}^{\text{ext}})$ d'une force extérieure $\mathbf{F}^{\text{ext}}$ et l'énergie cinétique T sont des grandeurs extensives obtenues en intégrant la loi du mouvement.

- **Loi du mouvement** : produit scalaire avec le vecteur vitesse $\mathbf{v}$

$$\sum \mathbf{F}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{\dot{r}} = m \mathbf{a} \cdot \mathbf{\dot{r}} \quad (6.50)$$

- **Equation différentielle** : (6.50) multipliée par dt

(6.51)

- **Intégration** : (6.51) le long du chemin $C_{1 \rightarrow 2}$ de $\mathbf{r}_1$ à $\mathbf{r}_2$

(6.52)

- **Intégrale du mouvement** : (6.30)

(6.53)

Passons maintenant à une description du mouvement sous la forme d'une grandeur scalaire. Nous allons intégrer le mouvement. Ce que nous avons déjà fait deux fois, nous l'avons fait pour le pendule, en multipliant par la vitesse angulaire, la vitesse scalaire divisée par la longueur, C'était le point phi. Okay ? Ce que nous avons fait la semaine dernière, Avec la même logique, lorsque nous avons intégré l'équation du mouvement pour la rondelle, qui était sur le disque en rotation. Nous allons donc intégrer notre mouvement, Okay ? Et nous l'intégrerons tout au long du mouvement. Nous savons que le vecteur, qui est toujours dans la trajectoire, est le vecteur de la vitesse, Donc, la première opération à faire, est de prendre la loi de la circulation, la somme des forces extérieures, Je laisse volontairement un peu d'espace, est égale à la masse de l'accélération. Et nous prenons le produit scalaire, avec le vecteur vitesse, qui est toujours tangente à la trajectoire. Okay ? Qui dit intégré, intégré par le temps, ce qui signifie que nous allons multiplier par l'intervalle de temps dans la décimale, et ensuite nous allons intégrer. Okay ? Et cela fera apparaître l'énergie cinétique. Cela rendra également le travail Ceci est fait par les forces extérieures qui apparaissent.

notes

résumé

97m 5s



- **Énergie cinétique infinitésimale** : grandeur scalaire et extensive associée à tout mouvement de vitesse v d'un point matériel de masse m .

(6.56)

- **Énergie cinétique** : (6.57)

- **Propriétés** :

- ① Grandeur scalaire indépendante de l'orientation du mouvement
- ② Grandeur définie à une constante près : Choix de jauge
- ③ Existence d'un minimum

James Joule
1818 – 1889



- **Unité (SI)** : Joule

$$[J] = [kg\,m^2\,s^{-2}]$$

notes

résumé

98m 25s



- **Energie cinétique infinitésimale** : grandeur scalaire et extensive associée à tout mouvement de vitesse v d'un point matériel de masse m .

(6.56)

- **Energie cinétique** : (6.57)

- **Propriétés** :

- 1 Grandeur scalaire indépendante de l'orientation du mouvement
- 2 Grandeur définie à une constante près : Choix de jauge
- 3 Existence d'un minimum

James Joule
1818 – 1889



- **Unité (SI)** : Joule

$$[J] = [kg\,m^2\,s^{-2}]$$

intégrerons également, Sauf que la variable sera la vitesse. La vitesse est définie dans la position initiale, défini dans la position finale. Okay ? Donc, nous allons simplement prendre une constante et nous intégrons le produit scalaire de la vitesse avec sa variation infinitésimale, de la vitesse initiale, Dans le cas de l'objet, lorsqu'il est en R1, dans le temps initial, T1, qui est la vitesse V1, jusqu'à la vitesse finale, lorsqu'il est en position R2, Dans le T2, Sa vitesse est V2. Okay ? Comme l'intégrale est linéaire, nous pouvons le faire commuer avec la somme. Avec linéarité, nous pouvons écrire que nous avons la somme de l'intégrale, la longueur de la courbe, ou le chemin qui va de 1 à 2, le produit scalaire, d'une force extérieure, avec le déplacement infinitésimal. Dans le bon membre, l'intégrale de VdV est des vecteurs, mais c'est la même logique Comme si nous avions du scalaire, Comme si j'avais XDX . Nous nous retrouverons avec une moitié de x^2 , qui est ici, La moitié de la V^2 que nous évaluons entre $V1$ et $V2$. Nous nous retrouverons avec la moitié de mxv^2 , Je mets toujours un vecteur, Même si en réalité, v^2 est un scalaire, c'est le produit scalaire du vecteur de vitesse avec lui-même, que nous évaluons dans l'état initial pour un V qui va à $V1$, dans l'état final pour un V qui va à $V2$. Okay ? Qu'est-ce que c'est ? C'est l'énergie cinétique finale dans 2, soit une moitié de mxv^2 , ou l'énergie cinétique initiale en 1, qui est la moitié de mxv^2 . Okay ? C'est quelque chose que vous savez probablement, parce que c'est évidemment de l'énergie cinétique. C'est la variation de l'énergie cinétique entre l'état initial et l'état final. Okay ? Et en fait, ce qui est caché ici, est un travail, c'est le travail infinitésimal qui est fait par la force extérieure, La force extérieure, la

notes

résumé

- **Energie cinétique infinitésimale** : grandeur scalaire et extensive associée à tout mouvement de vitesse v d'un point matériel de masse m .

(6.56)

- **Energie cinétique** : (6.57)

- **Propriétés** :

- 1 Grandeur scalaire indépendante de l'orientation du mouvement
- 2 Grandeur définie à une constante près : Choix de jauge
- 3 Existence d'un minimum

James Joule
1818 – 1889



- **Unité (SI)** : Joule

$$[J] = [kg\,m^2\,s^{-2}]$$

force extérieure, d'accord ? Alors, définissons ce travail infinitésimal. Le travail infinitésimal, il est vaste, c'est une grandeur qui peut se résumer. Ce travail infinitésimal, nous le notons comme δw , ce n'est pas une dw . Je vais vous dire dans quelques instants pourquoi. C'est le travail infinitésimal de la force F , qui s'exprime comme le produit de la force quand c'est le mouvement infinitésimal. Okay ? Si c'était une grandeur différentielle réelle, nous l'écririons comme d^2 entre parenthèses, produit de F avec R , ce n'est pas le cas. Le D n'est pas global. Le d n'agit que sur la position du vecteur, c'est un mouvement infinitésimal. C'est pourquoi c'est une variation infinitésimale de quelque chose qui est en fait une énergie, c'est un travail infinitésimal. Mais maintenant, comme nous avons un produit scalaire, on peut dire que c'est la norme de la force, fois la norme du vecteur de déplacement, multiplié par le cosinus de l'angle entre les deux. En d'autres termes, on calcule le travail d'une force le long d'un déplacement. Nous devons projeter la force sur la trajectoire. Ici vous avez la trajectoire du point matériel. Vous avez la position initiale R_1 , la position finale R_2 , à l'instant t , le point matériel est en position r , le vecteur de mouvement infinitésimal est en position t , la trajectoire, vous avez une force qui est appliquée comme ceci, ce que vous allez faire est de projeter cette force, orthogonalement, sur la trajectoire, ce qui fera intervenir le cosinus de l'angle. Et donc, pour être aussi efficace que possible, nous devons appliquer la force, dans le sens du déplacement le plus possible. C'est la raison pour laquelle, avec le vieux Valiz, ou disons l'ancien Vol Commence, quand il n'y avait pas quatre roues, mais seulement deux, vous aviez en général une traction sur laquelle vous deviez tirer, de gonfler le Valiz autant que possible, afin que la force que vous

notes

résumé

- **Energie cinétique infinitésimale** : grandeur scalaire et extensive associée à tout mouvement de vitesse v d'un point matériel de masse m .

(6.56)

- **Energie cinétique** :

(6.57)

- **Propriétés** :

- 1 Grandeur scalaire indépendante de l'orientation du mouvement
- 2 Grandeur définie à une constante près : Choix de jauge
- 3 Existence d'un minimum

James Joule
1818 – 1889



- **Unité (SI)** : Joule

$$[J] = [kg\,m^2\,s^{-2}]$$

exercez avec votre bras est le plus possible dans le sens du mouvement, Si elle est verticale, c'est seulement la projection sur l'axe horizontal, c'est oublié, je veux dire, sur l'axe horizontal, Ce qui contribuera. Plus il est élevé, plus la composante horizontale sera faible. Il faut donc réduire autant que possible la composante verticale pour avoir le travail le plus efficace possible. C'est l'œuvre d'un phytosémal. Maintenant, vous devez imaginer que la force peut varier Avec le temps, d'accord ? En norme, en amplitude, la trajectoire peut être n'importe quel angle, et à chaque instant, vous devez maintenir la force appliquée, il faut garder le vecteur d'un déplacement phytosémal, vous devez prendre un produit scalaire, et vous devez additionner tous ces produits scalaires Le long de la trajectoire, d'accord ? Cette somme est une intégrale, c'est une intégrale curviligne, le long de la trajectoire courbe. C'est le travail de la position initiale 1 jusqu'à la position finale 2, fait par la force F , qui est la somme du travail infinitésimal fait par cette force, d'accord ? La longueur du trajet qui va de la position 1 à la position 2, est donc l'intégrale de ce chemin qui va du produit scalaire de la force au déplacement. Alors pourquoi utiliser une double lettre pour le travail? Eh bien, parce qu'en anglais, c'est du travail, Et en allemand, c'est du travail, d'accord ? Et en français, ce n'est rien du tout, mais disons que nous calculons ce qui est fait dans le monde anglo-saxon ou germanique, d'accord ? Quelle est maintenant l'unité de ce travail ? Cette unité, nous la trouvons, en multipliant l'unité de force, le Newton, par le déplacement des compteurs. Une force est une masse pour une accélération, c'est le kilogramme multiplié par le mètre divisé par la seconde au carré, qu'en multipliant par des mètres, nous avons donc kilogrammes fois les mètres carrés divisé par les secondes

notes

résumé

- **Energie cinétique infinitésimale** : grandeur scalaire et extensive associée à tout mouvement de vitesse v d'un point matériel de masse m .

(6.56)

- **Energie cinétique** :

(6.57)

- **Propriétés** :

- 1 Grandeur scalaire indépendante de l'orientation du mouvement
- 2 Grandeur définie à une constante près : Choix de jauge
- 3 Existence d'un minimum

James Joule
1818 – 1889



- **Unité (SI)** : Joule

$$[J] = [kg\,m^2\,s^{-2}]$$

carrées, et c'est le joules que nous obtenons en multipliant une masse par une vitesse élevée au carré. Okay ? Donc, concrètement, pour l'exemple qui illustre graphiquement ici, vous avez un objet qui est aussi initial que T1 est au point 1, qui se déplacera le long de la trajectoire que vous voyez ici, qui est cette courbe de 1 et 2, Okay ? Et puis à la fin, c'est en T2, en position R2, et vous devez imaginer qu'il y a une force, Il y a une certaine orientation, ok ? La longueur de la trajectoire, et vous devez prendre le produit scalaire avec le vecteur déplacement à chaque fois, Vous devez prendre toute la somme de la longueur de la trajectoire, d'accord ? C'est pourquoi en général, cela peut être assez compliqué. Et surtout, en général, cela dépend de la voie suivante. Alors, faisons une petite expérience qui illustrera ceci, et je vous passerai la parole. Prends ton doigt. Vous passez votre doigt dessus, et vous le déplacez sur votre table, tu vas droit, ça libère, donc en fait il y a une perte d'énergie due à la friction. Eh bien, non, vous faites le même exercice, mais vous prenez un chemin de tendon, Tu fais du zigzag, d'accord ? Il libère toujours de la même manière, La perte d'énergie est donc la plus élevée. Et pourtant, la position initiale et la position finale sont les mêmes. Alors qu'est-ce qu'on voit ? En général, lorsque nous prenons une force qui est concave, le travail d'une force dépendra de la voie suivante, d'accord ? Mais il y a des forces pour lesquelles le travail ne dépend pas de la voie suivante, nous parlerons plus en détail de ces forces la semaine prochaine ou plutôt la semaine d'après, La semaine du retour, ok ?

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

.....

.....

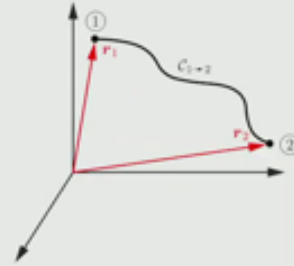
.....

- **Travail** : force extérieure F^{ext} le long du chemin $C_{1 \rightarrow 2}$

$$W_{1 \rightarrow 2}(F^{\text{ext}}) = \int_{C_{1 \rightarrow 2}} F^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r} \quad (6.55)$$

- **Variation d'énergie cinétique** : r_1 à r_2

(6.59)



- **Intégrale du mouvement** :

$$\sum \int_{C_{1 \rightarrow 2}} F^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (6.53)$$

- **Théorème de l'énergie cinétique** : (6.55) et (6.59) dans (6.53)

(6.60)

L'ampleur qui apparaît lorsque nous intégrons l'équation du mouvement est l'énergie cinétique que nous noterons avec un T-majuscule, d'accord? que nous trouvons dans la cinétique, cinétique et cinétique, C'est le t qui est partout, d'accord? Eh bien, cette énergie cinétique est une grandeur que nous consommons, Comme au travail, d'accord? Il est étendu, c'est un scalaire, c'est un nombre, et nous avons une énergie cinétique dès qu'il y a un mouvement. Donc, s'il y a un mouvement, il y a une vitesse, d'accord? Si l'énergie cinétique varie, C'est que la vitesse varie. Oui, mais c'est une grande grandeur. Donc, si c'est une grandeur étendue que nous consommons, il sera le produit d'une grandeur étendue avec une grandeur intensive. La vitesse est intense, la grandeur étendue est la quantité de mouvement P, d'accord? Et donc la variation infinitésimale de l'énergie cinétique est le produit massique multiplié par la vitesse multipliée par la variation infinitésimale de cette vitesse. Et donc pour trouver l'énergie cinétique, la grandeur, nous additionnons les variations infinitésimales de l'énergie cinétique de 0 à T. Nous aurons la masse fois l'intégrale de v' de v' de 0 à v, Ce qui nous donne 1,5 de mv². Et il y a des peptides qui se cachent derrière cette formulation d'énergie cinétique. C'est une grandeur scalaire qui est indépendante de l'état de mouvement, d'accord? De l'orientation, désolé, de l'état de mouvement. Je plaisante. L'orientation du mouvement, d'accord? Que vous vous déplacez à une vitesse de 100 km/h en direction de Zurich, Que vous alliez à Genève, ou que tu décides d'aller à Paris ou à Marseille, d'accord? Quoi qu'il en soit, vous conduirez à 100 km par heure. Votre énergie cinétique est le produit de masse de votre véhicule et de votre propre masse multipliée par la vitesse dans le carré avec un facteur de 1,5. Oui? Avez-vous des vecteurs ou des vecteurs sur la

notes

résumé

108m 4s

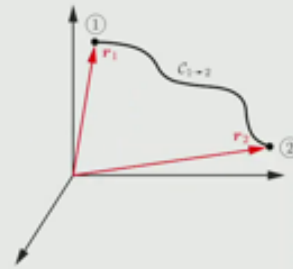


- **Travail** : force extérieure F^{ext} le long du chemin $C_{1 \rightarrow 2}$

$$W_{1 \rightarrow 2}(F^{\text{ext}}) = \int_{C_{1 \rightarrow 2}} F^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r} \quad (6.55)$$

- **Variation d'énergie cinétique** : r_1 à r_2

(6.59)



- **Intégrale du mouvement** :

$$\sum \int_{C_{1 \rightarrow 2}} F^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (6.53)$$

- **Théorème de l'énergie cinétique** : (6.55) et (6.59) dans (6.53)

(6.60)

grille? Non, la grille est vectorielle. Il est écrit rapidement. Quand il est carré dans une vitesse, il y a une flèche, mais c'est le produit scalaire de la vitesse dans le carré lui-même. Je vois que j'ai oublié de dire le mot plus tôt, mais il n'a pas d'importance. La grille a-t-elle une valeur scalaire? Oui, c'est vrai. Oui, nous pouvons avoir des situations avec des forces qui varient. Prenons un exemple très simple. Tu prends le pendule, d'accord? La tension est la longueur du fil. Okay. Je laisse l'objet. La tension sera toujours la longueur du fil, L'orientation de la tension change avec le temps. Okay? Par exemple, nous verrons que dans ce cas, le travail est nul, mais nous pouvons le calculer d'après la logique que nous développons. L'énergie cinétique est alors définie comme une constante. C'est ce que nous appelons un choix de jauge, comme la quantité de mouvement. On pourrait avoir une constante d'énergie cinétique non nulle. Quand il n'y a pas de mouvement. Ce n'est pas une très bonne idée. Donc nous choisissons, nous en venons à dire que l'énergie cinétique sera nulle lorsque la vitesse est nulle. Donc T est égal à 0, $6V$ est nul. Allons plus loin. Imaginons que l'énergie cinétique ne soit pas une fonction de V^2 mais une fonction de V , ou une fonction de V^3 , une fonction imperméable de la vitesse. Que se passerait-il? Prenez un objet qui se refroidit sur une table, Sa vitesse diminue. Cela se produit à une certaine vitesse. C'est plus faible, d'accord? Et quand sa vitesse est nulle, si un terme d'énergie cinétique est proportionnel à V , Il n'y a pas de minimum. Que va-t-il se passer? Lorsque l'objet s'arrête, sa vitesse continue de décroître, Il devient négatif, donc il revient en arrière, accélérant. Tu ne verras jamais ça. Ce n'est pas de la science, c'est de

notes

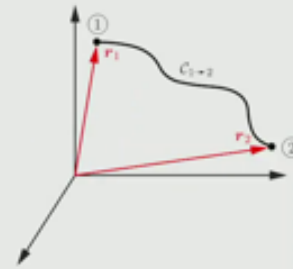
résumé

- **Travail** : force extérieure F^{ext} le long du chemin $C_{1 \rightarrow 2}$

$$W_{1 \rightarrow 2}(F^{\text{ext}}) = \int_{C_{1 \rightarrow 2}} F^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r} \quad (6.55)$$

- **Variation d'énergie cinétique** : r_1 à r_2

(6.59)



- **Intégrale du mouvement** :

$$\sum \int_{C_{1 \rightarrow 2}} F^{\text{ext}} \cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (6.53)$$

- **Théorème de l'énergie cinétique** : (6.55) et (6.59) dans (6.53)

(6.60)

la science-fiction, d'accord ? Tu ne vois pas ça. Pour une raison quelconque, ce n'est pas physique. C'est la raison profonde pour laquelle l'énergie cinétique dépend de V^2 et non de V , ou de V^3 . C'est tellement vrai, ce que je vous dis, Même dans le contexte relativiste, si vous prenez de l'énergie cinétique relativiste, qui est un développement... bien, un développement limité en termes de vitesse, vous aurez des termes. Le premier terme sera le terme qui va comme la moitié de MV^2 . Vous avez alors un terme comme V^4 . Un terme comme V^6 . V^8 . Vous avez tous les termes, par, pourquoi ? Pour garantir que l'énergie cinétique est un minimum. Les énergies fondamentales dans la structure du terme dynamique dans la structure générale de la physique Il y aura toujours des minimums, d'accord ? Pour éviter ce genre de pathologie. C'est vraiment fondamental en physique. Maintenant que nous avons fait tous ces développements,

notes

résumé

- **Energie cinétique infinitésimale** : grandeur scalaire et extensive associée à tout mouvement de vitesse v d'un point matériel de masse m .

$$dT = \vec{p} \cdot d\vec{v} = m \vec{v} \cdot d\vec{v} \quad (6.56)$$

- **Energie cinétique** : (6.57)

$$T = \int_0^T dT' = m \int_0^{\vec{v}} \vec{v}' \cdot d\vec{v}' = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$$

- **Propriétés** :

- ① Grandeur scalaire indépendante de l'orientation du mouvement
- ② Grandeur définie à une constante près : Choix de jauge

$$T = 0 \quad \text{si} \quad \vec{v} = \vec{0}$$

- ③ Existence d'un minimum

James Joule
1818 – 1889



- **Unité (SI)** : Joule

$$[J] = [kg \, m^2 \, s^{-2}]$$

nous avons défini le travail, nous avons défini l'énergie cinétique, nous allons définir la variation de l'énergie cinétique, de la position 1 à la position finale 2. Qu'y a-t-il ? C'est l'énergie cinétique en 2, soit la moitié de MV^2 au carré, moins l'énergie cinétique en 1, soit la moitié de MV^2 . Okay ? So, si vous prenez le travail que nous venons de définir, vous voyez que dans tout le mouvement que nous avons reproduit ici, nous trouvons dans le membre de gauche la somme des œuvres qui sont faites par l'ensemble des forces extérieures qui agissent sur l'objet. Et dans le bon membre, nous avons la variation de l'énergie cinétique. C'est le théorème de l'énergie cinétique. Okay ? La somme des travaux effectués de la position 1 à la position finale 2 par les forces extérieures sera égal à la variation de l'énergie cinétique de la position initiale à la position finale. Okay ? C'est un bon résultat. So, Parlons rapidement du pouvoir. Alors, je vais faire un petit retour en arrière maintenant

notes

résumé

112m 57s



- **Puissance** : grandeur scalaire et extensive associée à la capacité d'une force $\vec{F}$ d'accélérer (ou de freiner) un mouvement de vitesse $\vec{v}$

(6.61)

James Watt
1736 – 1819



- 1 Si $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ alors (accélération)

Moteur ou muscle

- 2 Si $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ alors (freinage)

Force de frottement

- 3 Si $\theta \in \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right\}$ alors

Force de contrainte orthogonale au mouvement

- **Unité (SI) : Watt**
[W] = [kg m² s⁻³]

- **Travail et puissance** : le travail est l'intégrale temporelle de la puissance

(6.62)

Revenons au début de notre analyse. Revenons ici. Qu'avons-nous fait au début ? Nous avons pris le produit scalaire de la loi de la circulation avec le vecteur de la vitesse. En faisant cela dans le membre de gauche, nous verrons des produits scalaires entre les forces extérieures et la vitesse. C'est ce qu'on appelle une puissance. Okay ? Donc, le pouvoir, Vous savez tous intuitivement ce que c'est.

notes

résumé

114m 22s



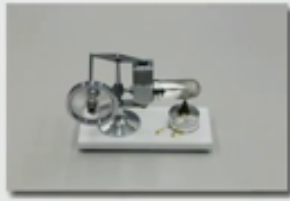


- 34 / 36

notes

114m 49s





- 1 Un brûleur rempli d'alcool à brûler chauffe l'air à l'intérieur d'un cylindre, fournissant ainsi de la chaleur au moteur qui est activé par le lancement de la roue.
- 2 Une lampe qui se situe au foyer gauche d'un système de miroirs paraboliques éclaire et chauffe un corps noir qui se trouve au foyer droite. La différence de température de part et d'autre de la roue à droite entraîne son mouvement.

décoller dans ce bureau. Oui, oui, oui. Donc, nous n'enverrons pas la fusée sur la lune, Okay ? Nous ferons un pas plus modeste, mais la fusée traversera ce bureau. Atteindre la vitesse derrière, d'accord ? Presque, d'accord ? C'est tout. Mais pour cela, vous devez suivre le reste du cours et vous devrez attendre la dixième semaine du cours, et cela va contrecarrer le système Maslaria. Revenons à nos moutons. Puissance associée à une force est lié à la capacité de la force d'accélérer ou pour freiner le mouvement. Et donc, il sera traduit par la voie que la force agit sur le mouvement, qui est pour le directeur, localement, le vecteur vitesse. Donc, le vecteur vitesse prendra le produit scalaire de la force avec le vecteur vitesse. Et donc, il y a une grande somme des deux, si nous caractérisons ce qui se passe, Trois ou quatre chiffres, d'accord ? Parce que ce produit scalaire sera capable de l'écrire comme la norme de force égale la norme du vecteur vitesse, fois le cosinus de l'angle entre les deux. Et donc, si nous trouvons la trigonométrie dans le premier ou la quatrième trame trigonométrique, dans l'angle strictement défini dans la valeur et inclus dans l'intervalle qui va de moins de Et au-delà de la non-compréhensive à la non-compréhensive, d'accord ? La projection de la force le long du mouvement va nous donner un élément positif, d'accord ? Et donc, cette force va provoquer une accélération sur une masse au sens du mouvement. Il va accélérer le mouvement, C'est un moteur, d'accord ? Même si, pour le testa, c'est plus marqué que pour le corps, mais c'est la même idée, d'accord ? Donc, en tout cas, aussi, un muscle, d'accord ? Lorsque vous courez, vos muscles agissent de manière motrice, d'accord ? Oui ? Est-ce une échelle scalaire ? Est-ce une échelle scalaire ? Absolument. Excusez-moi, je l'ai écrit trop vite. Oui,

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

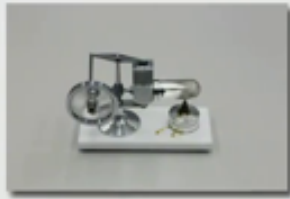
.....

.....

.....

.....

.....



- 1 Un brûleur rempli d'alcool à brûler chauffe l'air à l'intérieur d'un cylindre, fournissant ainsi de la chaleur au moteur qui est activé par le lancement de la roue.
- 2 Une lampe qui se situe au foyer gauche d'un système de miroirs paraboliques éclaire et chauffe un corps noir qui se trouve au foyer droite. La différence de température de part et d'autre de la roue à droite entraîne son mouvement.

mais non, il n'y a pas de vecteur. Absolument. Merci beaucoup. Tu vas très bien, tu ne dors pas. Bravo. Donc, maintenant, si nous nous trouvons dans la seconde ou la troisième trame trigonométrique, nous avons un angle strictement optique, qui va de l'incompréhensible à l'incompréhensible, à ce moment, le cosinus de l'angle sera négatif, ce qui signifie que la projection de la force le long de la trajectoire va nous donner une composante négative, qui va donc générer une accélération négative, ou une décélération. Il y a évidemment un troisième chiffre que nous n'avons pas encore traité. C'est le cas où l'angle est un angle droit, qui est soit un angle droit, soit un mauvais angle, d'accord ? Dans ce cas, la force est orthogonale au déplacement. Le produit scalaire de la force, une fois que le déplacement est nul, il n'y a pas de travail, mais il n'y a plus de pouvoir, d'accord ? C'est ce qui se passe, par exemple, pour la tension dans le fil. La tension dans le fil ici, dans ce problème, Ce n'est pas le cas en général, mais pour ce problème, La tension est orthogonale au mouvement. Le mouvement est tangentiel, la tension est radiale, le produit scalaire de la tension, une fois que le vecteur de déplacement est nul, le travail infinitésimal est nul. À tout moment, le travail total est nul, d'accord ? Il n'y a pas de pouvoir. De plus, nous pouvons lier le travail et le pouvoir, puisque si l'on prend le travail fait de 1 à 2 par une force F , c'est l'intégrale le long du chemin qui va de 1 à 2 du produit scalaire de la force F , le déplacement infinitésimal, que nous allons réécrire, parce que le déplacement infinitésimal est le produit de la vitesse F , l'intervalle de temps en infinitésimal. Nous nous trouvons donc avec le produit scalaire de la force F , la

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

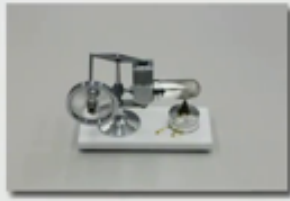
résumé

.....

.....

.....

.....



- ① Un brûleur rempli d'alcool à brûler chauffe l'air à l'intérieur d'un cylindre, fournissant ainsi de la chaleur au moteur qui est activé par le lancement de la roue.
- ② Une lampe qui se situe au foyer gauche d'un système de miroirs paraboliques éclaire et chauffe un corps noir qui se trouve au foyer droite. La différence de température de part et d'autre de la roue à droite entraîne son mouvement.

vitesse F , l'intervalle de temps infinitésimal, de l'instant initial T_1 à l'instant T_2 , et le produit scalaire de la force F , le déplacement, c'est la puissance P , qui est un nombre, c'est un scalaire sur lequel il n'y a pas de vecteur, c'est P d'être que l'on intègre, donc de T_1 à T_2 . Donc vous voyez que le travail est l'intégrale par rapport à la puissance, afin que vous puissiez concevoir la puissance comme une dérivée temporaire de l'œuvre, d'accord ? Par ailleurs, si vous prenez l'unité physique associée à la puissance, qui est dans le système des unités internationales et des watts, en référence au travail qui a été fait par James Watt pour améliorer le fonctionnement des machines pendant la révolution industrielle en Angleterre, d'accord ? Eh bien, cette unité là-bas, nous pouvons la trouver très facilement. En unités multiples de la force par la vitesse, nous avons kilogrammes fois mètres carrés divisés par secondes en cubes. Donc maintenant si vous comparez les watts aux joules, vous verrez que la différence est que pour les watts, nous avons des secondes en cubes, en dynamomètres, alors que pour les joules, il s'agit de secondes en carrés. Donc, dans le passé, de l'un à l'autre, il y a une dérivée par rapport au temps qui se reflète dans l'équation C'est ici. Ici, nous avons assez de travail pour enfin livrer

notes

résumé



à certaines expériences, nous méritons un peu de repos, On mérite un peu de repos, d'accord ? Et donc nous avons parlé de pouvoir, je vais vous illustrer certains moteurs. Le premier que nous avons déjà vu, C'était le moteur de la dépression, je vais vous en montrer un autre. Cet autre moteur est le moteur Stirling. Donc, qui est sur la caméra numéro 7, le voici. Le principe de fonctionnement de ce moteur est le suivant. Vous avez ici une première source d'énergie, qui est l'énergie chimique, il y a la combustion de l'alcool. Je mettrai en marche le maillage et en mettant en marche le maillage, Je vais transformer cette énergie chimique en énergie thermique. Le maillage chauffera alors le verre et surtout, l'air qui est à l'intérieur du piston, d'accord ? Au cinéma, désolé. Cet air sera dilaté, d'accord ? Et cette dilatation de l'air provoquera le mouvement du piston et vous avez un biais qui est fixé au piston qui se déplacera horizontalement, mais qui est également fixé au volant et qui vous permettra ensuite de tourner le volant. Donc, si je le déplace dans la bonne direction, qui est cette direction, Voyez-vous, il tourne tout seul. C'est bon à voir, hein ? Je vais en profiter car nous aurons besoin dans quelques instants pour allumer la lumière ici. Tu vois, je sais que ça te fait un peu mal aux yeux, mais on en a besoin pour montrer autre chose de la passion. Nous avons donc transformé une énergie chimique en énergie thermique, l'énergie mécanique, la translation et la rotation que nous pouvons utiliser pratiquement. Attention, c'est un petit bijou, mais je vais le faire circuler puisque tu pourras le contempler prêt, d'accord ? En fait, le pass est encore assez rapide pour que tout le monde ait l'occasion de le voir, d'accord ? Et tu le feras descendre quand il passera. Ce moteur, Stirling,

notes

résumé

122m 9s

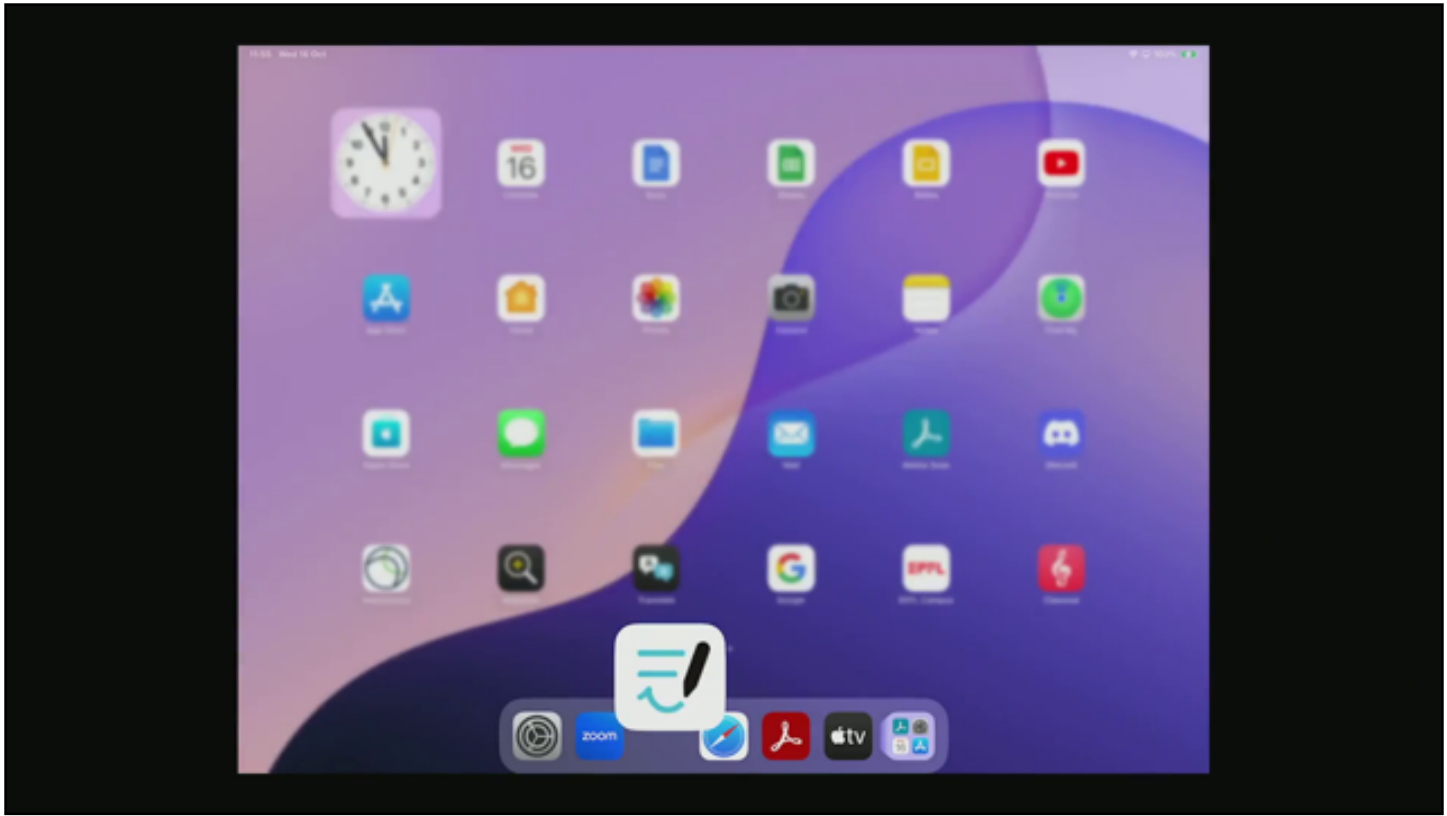




a été développé par un révérend du même nom. améliorer les conditions de travail des paroisses de ses paroisses en Ecos. Et donc j'ai été autorisé à raconter cette histoire puisque c'est un dessin noble qu'il a animé. Vous pouvez dire aujourd'hui que l'utilisation de l'énergie fossile n'est pas très à la mode. C'est la raison pour laquelle nous allons le faire avec de l'énergie électrique maintenant, d'accord? Donc, vous avez ici une source primaire de lumière. Les rayons qui se réfléchissent vers l'arrière sur ce miroir parabolique se déplaceront alors parallèle à l'axe qui relie les deux miroirs. Ils seront réfléchis sur le miroir secondaire et se retrouveront dans le foyer. puisque le filament est au niveau du foyer. Ce qui signifie que le foyer sera chaud. Il fait assez chaud, soit dit en passant, pour que si je sacrifie une page de ma classe en le mettant en contact avec cette partie là, Attendant quelques instants, le journal prendra feu. a vient lentement. J'ai vu un peu de fumée. La fumée commence à sortir. Tu vois la fumée ? Okay ? Il fait chaud, donc. Okay, ici. Je n'aurais pas été autorisé à le faire avec un billet français de 500 francs. Cela a déjà été fait dans le passé. Maintenant, vous avez la source chaude qui est ici. La source froide qui est de l'autre côté, d'accord ? Et donc cette différence de température vous permettra également de déplacer un piston et une roue qui y est attachée. Ce que nous verrons tout de suite, puisque si nous commençons... Tu vois ? Et le retour. Okay ? Le retour est pour quel retour ? Il est évident que nous avons besoin de cette source initiale d'énergie. sous forme d'énergie thermique, de chaleur, Libéré par la lampe. Plus il fait chaud, plus il tourne vite. Et si nous fermons l'appareil, Il y a encore un peu de temps

notes

résumé



du temps. Et puis ça finira... Je n'aurai aucun problème avec la sécurité. Tiens. Pardon. Alors... Alors, où étais-je ? Oui, et cela se termine, évidemment, en arrêtant parce qu'il y a un approvisionnement externe d'énergie.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

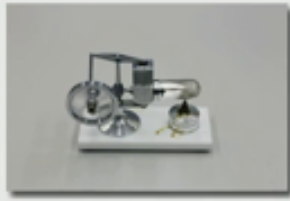
résumé

.....

.....

.....

.....



- ① Un brûleur rempli d'alcool à brûler chauffe l'air à l'intérieur d'un cylindre, fournissant ainsi de la chaleur au moteur qui est activé par le lancement de la roue.
- ② Une lampe qui se situe au foyer gauche d'un système de miroirs paraboliques éclaire et chauffe un corps noir qui se trouve au foyer droite. La différence de température de part et d'autre de la roue à droite entraîne son mouvement.

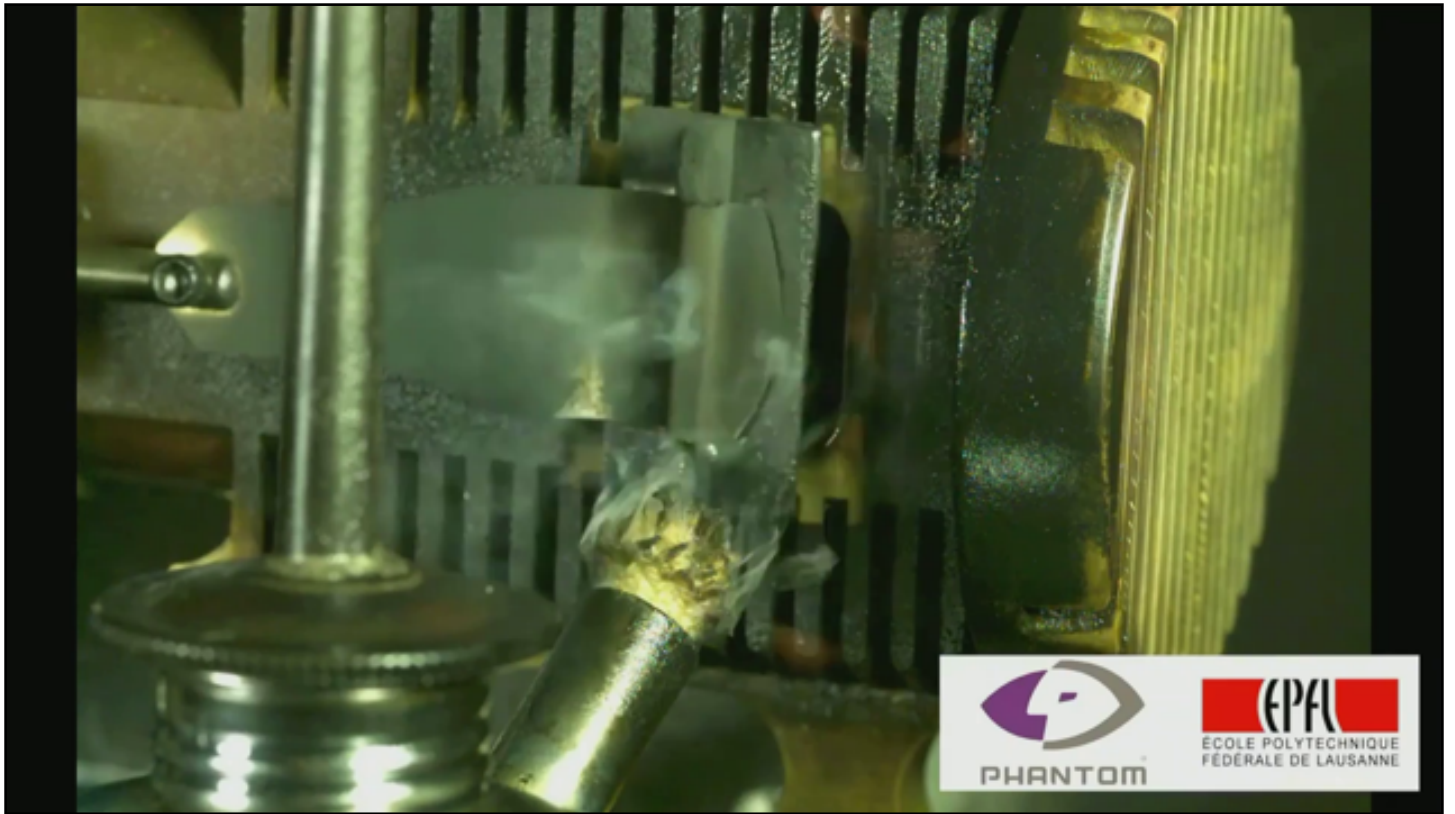
Donc, je voudrais vous montrer rapidement ce que nous pouvons faire avec la meilleure version de ce moteur. Donc, vous voyez, le style était... Je n'ai plus le numéro, c'était dans le journal que j'ai sacrifié. C'est le 357. Donc, le voici. L'expérience a été réalisée à l'extérieur avec, comme source primaire d'énergie, le soleil lui-même. Okay ? Un été, à l'est, Le miroir parabolique... Okay ? On peut faire tourner ce moteur, Stirling. Ce qu'il a fait avec les allumettes, Je l'ai fait plus tôt avec la feuille de papier, C'est pareil. Lui seul tournera encore plus vite Le soleil est encore très puissant. C'est exactement la même chose. Peut-être qu'un jour, nous aurons une Tesla. Cela fonctionnera sur le vaisseau spatial. Mais bon, pour conduire une voiture de quelques centaines de kilos Avec les métiers, ce sera un défi. Okay ? Il y a de meilleures façons de le faire.

notes

résumé

126m 51s





C'est ici. Le moteur de la dépression, le chou-chouc que vous avez vu plus tôt.
Okay ? Je vais vous le montrer au ralenti. Donc, sans faire d'erreurs, J'ai une petite
vidéo ici. Le 367.

notes

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

résumé

.....

.....

.....

.....

.....

.....

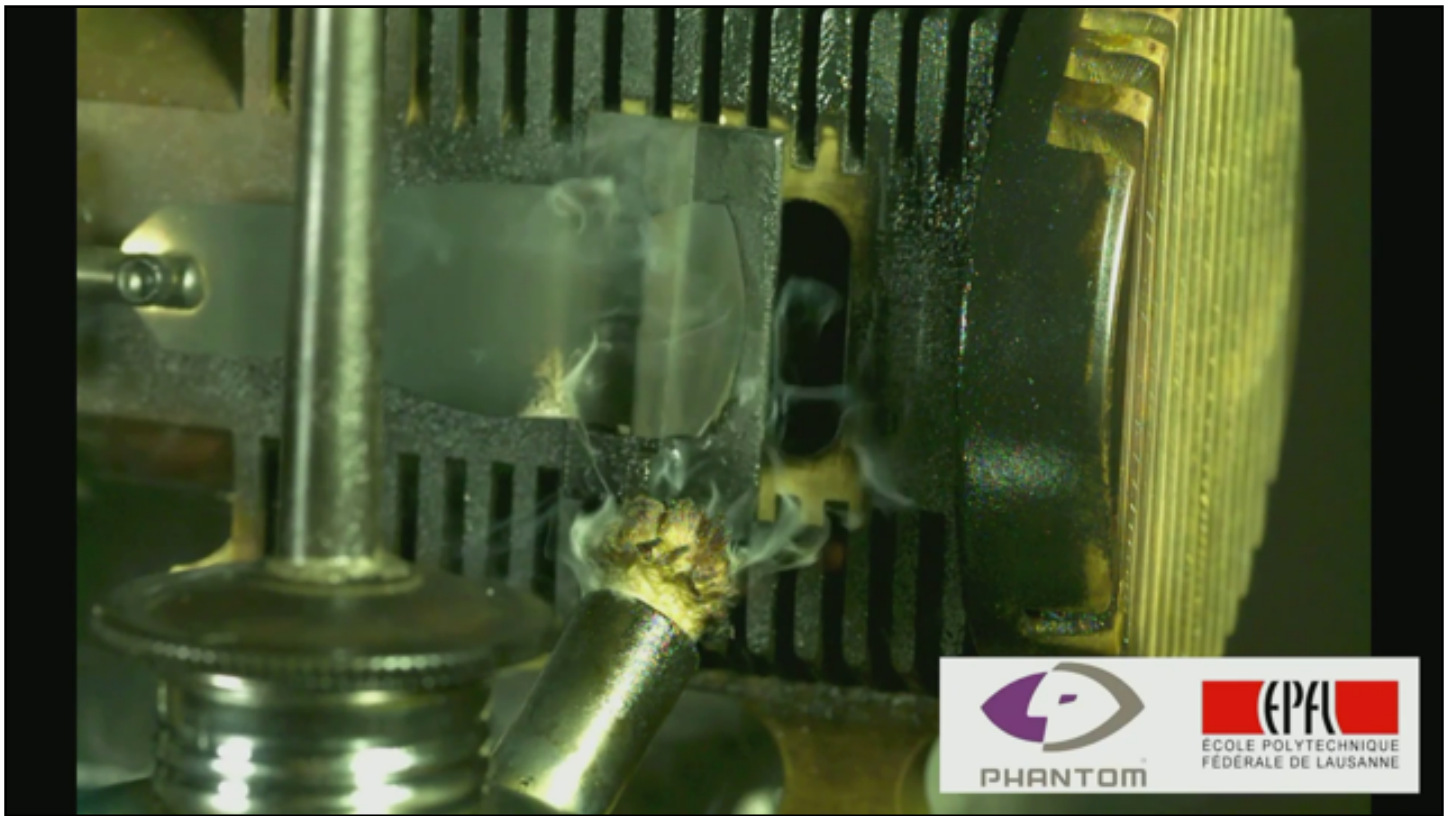
.....

.....

.....

.....





Nous voyons le lambeau s'ouvrir, la flamme s'éteindre. Et ce qui se passe, c'est que la flamme avec le chou-chouc sortir à l'intérieur du cylindre, il est refroidi par les parois les plus froides de la partie métallique de ce cylindre. Ce refroidissement s'accompagne d'une compression, d'une dépression, et donc le piston est aspiré à l'intérieur du cylindre.

résumé





- Le moteur à dépression est un moteur à air chaud qui aspire une flamme. Lorsque le clapet s'ouvre, l'air chaud s'engouffre dans le cylindre et il est refroidi par les parois du cylindre. Ce refroidissement provoque une contraction de l'air ce qui fait chuter la pression dans le cylindre. Cette dépression aspire le piston avec un bruit de succion caractéristique. Le déplacement du piston provoque le mouvement de la bielle ce qui entraîne la rotation de la roue.
- Le moteur à dépression effectue un travail en faisant tourner la roue. Ce moteur convertit une puissance thermique en puissance mécanique.

Le piston est relié à un anneau, qui fait tourner le volant. Une certaine inertie est donc complète. Et le mécanisme ne l'est pas. Vous devez le lancer avec assez de vitesse pour le faire fonctionner. C'est ici.

notes

résumé

128m 43s



Table – Unités physiques des grandeurs mécaniques principales (SI)

Grandeur	Unité (SI)	Abréviation
Masse	kilogramme	[kg]
Longueur	mètre	[m]
Temps	seconde	[s]
Vitesse		[m s ⁻¹]
Accélération		[m s ⁻²]
Force	Newton	[N] = [kg m s ⁻²]
Travail, énergie	Joule	[J] = [kg m ² s ⁻²]
Puissance	Watt	[W] = [kg m ² s ⁻³]

- **Analyse dimensionnelle** : vérifier l'homogénéité de la dimension physique des sommes ou différences de termes d'une équation.

Okay. Pour finir avant le repas, Récapitulons rapidement les unités physiques que nous avons vues jusqu'à présent. La masse est donnée dans le système international en kilogrammes. La longueur est remise en secondes. Pour la vitesse, c'est le rapport d'une distance sur un temps. Une accélération est le rapport d'une distance sur un temps au carré. Et la force est donnée en Newton, qui est la masse multipliée par une accélération. Le travail, l'énergie sont donnés en joules. qui sont une masse multipliée par une vitesse au carré. La puissance est donnée en watts, qui sont des joules divisés par des secondes. Pourquoi est-ce que je vous le rappelle ? Parce qu'à l'examen, vous risquez pour éviter de perdre un certain nombre de points Si vous prenez cela à cœur. Okay ? Croyez-moi, ça vaut le coup. Déjà en exercice, mais surtout à l'examen, vous devrez vérifier l'homogénéité de vos équations. Si vous avez une équation, le terme dans le membre gauche a la même unité comme le terme dans le membre droit. Lorsque vous résumez les termes, ou lorsque vous soustrayez des termes, La dimension physique ne change pas. Lorsque vous prenez le produit ou le rapport, Il se multiplie ou se divise. Et ce qui est très important, c'est que si vous avez des fonctions particulières, comme le sinus, le cosinus, la tangente, logarithme exponentiel, Les arguments de ces fonctions Il n'y aura jamais d'unité physique. Okay ? Le logarithme d'un kilogramme n'existe pas. Okay ? Quand vous avez le cosinus, par exemple, et un temps qui intervient, qu'avons-nous vu ? C'est le cosinus de l'oméga t. Oméga est le deuxième moins 1, multiplié par un temps, deuxièmement, c'est sa dimension. Lorsque vous avez une exponentielle, c'est t over tau. tau est second, t en second aussi, Le rapport est donc compensé. Ici, je vous souhaite un très bon appétit. Et puis on se retrouve à 3 heures

notes

résumé

128m 58s



Table – Unités physiques des grandeurs mécaniques principales (SI)

Grandeur	Unité (SI)	Abréviation
Masse	kilogramme	[kg]
Longueur	mètre	[m]
Temps	seconde	[s]
Vitesse		$[m\ s^{-1}]$
Accélération		$[m\ s^{-2}]$
Force	Newton	$[N] = [kg\ m\ s^{-2}]$
Travail, énergie	Joule	$[J] = [kg\ m^2\ s^{-2}]$
Puissance	Watt	$[W] = [kg\ m^2\ s^{-3}]$

- **Analyse dimensionnelle** : vérifier l'homogénéité de la dimension physique des sommes ou différences de termes d'une équation.

pour voir les applications de ce sixième chapitre de cours.

notes

résumé